

PERIODICAL ROOM
GENERAL LIBRARY
UNIV. OF MICH.

ANNALEN DER PHYSIK

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH
F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF,
G. u. E. WIEDEMANN, P. DRUDE

VIERTE FOLGE
BAND 72 HEFT 4
DER GANZEN REIHE 377. BANDES 4. HEFT

KURATORIUM:
M. PLANCK, G. QUINCKE, E. WARBURG

UNTER MITWIRKUNG
DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT
HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK



L E I P Z I G

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen und der Verlagsbuchhandlung entgegengenommen. Im Jahre 1923 erscheinen Bd. 70, 71, 72 und 73 à 8 Hefte. Preis von Band 72 für Belgien u. Luxemburg Fr. 60.—, Frankreich Fr. 50.—, Dänemark Kr. 18.—; England £ -16—; Finnland Marka 100.—; Holland fl. 10.—; Japan £ -16—; Italien Lire 60.—; Norwegen Kr. 20.—, Schweden Kr. 14.—; Schweiz Fr. 20.—, Spanien Pes. 20.—; U.S.A. \$ 4.—.

Ausgegeben am 21. August 1923.

Inhalt.

	Seite
1. C. Dieterici. Eine mechanische Theorie der Lösungen . . .	241
2. Carl Ramsauer. Die Massenbewegung des Wassers bei Unterwasserexplosionen	265
3. A. Michels. Einfluß der Rotation auf die Empfindlichkeit einer absoluten Druckwage	285
4. Friedrich Kottler. Berichtigung zu der Abhandlung „Elektromagnetische Theorie der Beugung“	320

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: München, Leopoldstraße 91.

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Für die Aufnahme von Dissertationen gelten besondere Bedingungen, welche vom Verlag bekannt gegeben werden.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

ver
ger
unc
stin
vol
exp
Br
geg

wo
des
in
des
in
H
ch
wi
M
vo
L

sa
es

de
re
ät

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 72.

1. Eine mechanische Theorie der Lösungen; von C. Dieterici.

§ 1. In einer Arbeit über das sogenannte Refraktionsvermögen von Flüssigkeiten¹⁾ habe ich darauf aufmerksam gemacht, daß es für die Mole einer jeden reinen Flüssigkeit und ebenso für die Mole eines jeden gelösten Stoffes ein bestimmtes optisch wirksames Volumen gibt, das Refraktionsvolumen, welches nach den Beobachtungen des Brechungsexponenten in den Lösungen ungeändert bleibt, so daß der Brechungsexponent für Licht ein und derselben Wellenlänge gegeben ist durch

$$n - 1 = \alpha W + \beta S,$$

worin α und β das charakteristische optische Molenvolumen des Lösungsmittel und der gelösten Substanz, W und S die in der Raumeinheit der Lösung enthaltenen Molenzahlen bedeutet. Und in einer kurzen Ergänzung²⁾ hat sich ergeben in Übereinstimmung mit den älteren Beobachtungen von Hallwachs, daß auch in den verdünntesten Lösungen diese charakteristischen optischen Konstanten genau dieselben sind, wie in konzentrierteren, also, daß das optisch wirksame Molekularvolumen unabhängig ist bei konstanter Temperatur von den Änderungen des inneren Druckes, welche beim Lösungsvorgang auftreten.

Es liegt die Frage nahe, was unter dem optisch wirksamen Molenvolumen zu verstehen ist, und in welcher Beziehung es zu dem mechanischen Molenvolumen steht.

Wenn die Vorstellungen der Mitschwingungstheorie, aus denen die obige Gleichung abgeleitet ist, überhaupt eine Berechtigung haben, also die Vorstellung, daß eine vom Licht-äther getragene elektromagnetische Schwingung, welche aus

1) C. Dieterici, Ann. d. Phys. 67. S. 337—351. 1922.

2) C. Dieterici, Ann. d. Phys. 70. S. 558—560. 1923.

dem Vakuum in ein ponderables Medium eintritt, gebremst wird durch die Induktionsvorgänge, welche in den als Resonatoren aufgefaßten Molekeln der ponderablen Materie induziert werden, so muß man schließen, daß das optisch wirksame Molenvolumen bis auf einen von der Wellenlänge des Lichtes abhängigen Resonanzfaktor das Kernvolumen der Molekeln darstellen muß, denn gleichgültig, wie auch die Molekeln gestaltet sein mögen, gehen ja die Induktionsschwingungen in den als Resonatorraum aufgefaßten Molekeln vor sich.

Das optische Resultat besagt dann nichts anderes als: das Kernvolumen der Molekeln einer jeden Substanz, sowohl des Lösungsmittels wie des gelösten Stoffes, ist konstant, unabhängig von den Änderungen des inneren Druckes in Lösungen.

Nun gibt uns die van der Waalssche Gleichung in ihrer allgemeinen Fassung

$$(1) \quad P = p + \pi = \frac{RT}{v - b},$$

worin p den äußeren Druck, π den Kohäsionsdruck bezeichnet, Aufschluß über den von Tammann als Binnendruck bezeichneten Gesamtdruck P durch Einführung des berühmten van der Waalsschen Kollisionsvolumens b , von dem wir wissen, daß es ein Vielfaches des Kernvolumens β der Molekeln ist, daß also die Gleichung

$$(2) \quad b = f\beta$$

besteht¹⁾; aber wir wissen, daß trotz einer umfangreichen Literatur über die Größe b es nicht möglich ist, die Abhängigkeit des Kollisionsfaktors f vom Volumen sicher zu erfassen. Wir wissen nur, daß f im Gaszustand gleich 4 sein muß und bei zunehmender Dichte abnimmt bis zu einem Grenzwert $\frac{3\sqrt{2}}{\pi} = 1,35$, wenn man sich die Molekeln kugelförmig in engster Packung denkt. Der Kollisionsfaktor f ändert sich also nur innerhalb verhältnismäßig enger Grenzen und da man

1) Zur Vermeidung von Mißverständnissen sei betont, daß die hier für das Kernvolumen benutzte Bezeichnung β nicht identisch ist mit dem vorn benutzten β als optisch wirksames Molekularvolumen des gelösten Stoffes.

im flüssigen Zustand jedenfalls nicht weit vom Zustand engster Packung entfernt ist und die optischen Untersuchungen auf Konstanz des Kernvolumens geführt haben, soll hier der Versuch gemacht werden, die Theorie der Lösungen auf dem Boden der van der Waalsschen Gleichung des Binnendruckes durchzuführen und an der Hand vorliegender Beobachtungen festzustellen, ob und in welchem Maße man die Größen b innerhalb des flüssigen Zustandes für jede Substanz konstant betrachten kann.

§ 2. Wendet man die van der Waalssche Grundgleichung, ohne eine spezielle Annahme über die Abhängigkeit des Kohäsionsdruckes π und des Kollisionsvolumens b von Temperatur und Volumen zu machen, auf die Kompressibilität reiner Flüssigkeiten an, für die in Amagats Arbeiten ein reiches Beobachtungsmaterial vorliegt, so erhält man für zwei verschiedene äußere Drucke p bei konstanter Temperatur T

$$(p_2 - p_1) + (\pi_2 - \pi_1) = RT \left\{ \frac{1}{v_2 - b_2} - \frac{1}{v_1 - b_1} \right\}.$$

Ist $(p_2 - p_1)$ klein, so wissen wir, daß die durch diesen Überdruck bedingte Volumenänderung $v_1 - v_2$ nur sehr klein ist infolge der geringen Kompressibilität der Flüssigkeiten. Das Kollisionsvolumen b kann sich nach allen unseren theoretischen Vorstellungen innerhalb so geringer Volumenänderungen nicht merklich ändern, so daß wir innerhalb dieser $b_1 = b_2 = b$ setzen können. Ebenso kann man wegen der geringen Verschiedenheit von v_2 und v_1 das Produkt $v_1 \cdot v_2 = v_m^2$ setzen, worin $v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$ durch die Beobachtungen unmittelbar gegeben ist.

Dann wird

$$1 + \frac{\pi_2 - \pi_1}{p_2 - p_1} = \frac{RT}{(v_m - b)^2} \frac{v_1 - v_2}{p_2 - p_1}.$$

$v_1 - v_2 / p_2 - p_1$ ist die durch die Tabellen Amagats direkt gegebene mittlere Kompression zwischen den Drucken p_2 und p_1 ; auf der rechten Seite der Gleichung sind also alle Größen bis auf b durch die Beobachtung gegeben.

Wir wissen weiter, daß der Kohäsionsdruck π jedenfalls sehr groß ist — für Wasser nach van der Waals 10 000 Atm., Tammann nimmt 25 000 Atm. an; Stefan berechnet 6 600 Atm.; für Alkohol 2 200 Atm., für Äther 1 200 Atm. — Dieser

Kohäsionsdruck entspringt nach van der Waals der wechselseitigen Anziehung der Molekeln aufeinander. Durch den äußeren Überdruck kann der Molekularabstand nur sehr wenig geändert werden, also wird man annehmen können, daß $\pi_2 - \pi_1$ im Vergleich zu $p_2 - p_1$ nur klein ist, also in erster Annäherung $\pi_2 - \pi_1 / p_2 - p_1$ gleich 0 gesetzt werden kann. Dann folgt die Gleichung:

$$3) \quad (v_m - b)^3 = RT \frac{v_1 - v_2}{p_2 - p_1} = -RT \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_m,$$

welche die Größe b aus unmittelbar durch die Beobachtung gegebenen Daten zu berechnen gestattet, es ist $v_m = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)$.

Ob und in welchem Maße die zur Umgehung von Hypothesen für π und b gemachten Vernachlässigungen zulässig sind, kann nur die Beobachtung entscheiden.

In den folgenden drei Tabellen ist für Wasser, Äthylalkohol, Äthyläther nach den Tabellen von Amagat das Resultat der Berechnung bei $t = 20^\circ \text{C}$. niedergelegt. Die Bezeichnungen verstehen sich von selbst, nur sei erwähnt, daß die Volumina in cm^3 pro Gramm umgerechnet und $(v_1 - v_2)$ als Differenz pro 100 Atm. angegeben sind.

Tabelle 1.

Wasser $M = 18,02$. $t = 20^\circ \text{C}$. $RT = 1834,8 \text{ Atm} \cdot \text{cm}^3$.

Zahlen pro Gramm Substanz nach Amagat Tab. 62. $v_0 = 1,00013 \text{ cm}^3$.

p Atm.	v cm^3	$\frac{v_1 - v_2}{p_2 - p_1} \frac{\text{cm}^3}{\text{Atm.}}$	$-\frac{\partial v}{\partial p} \frac{\text{cm}^3}{\text{Atm.}}$	$(v_m - b) \text{cm}^3$	b cm^3	$P = \frac{RT}{v - b} \text{Atm.}$	$\pi = P - p \text{Atm.}$
1	1,00177	0,0469	0,06260	0,2502	0,7493	5274	5273
100	0,99713	0,0442	0,05900	0,2429	0,7520	5374	5274
200	0,99271	0,0430	0,05740	0,2396	0,7509	5470	5270
300	0,98841	0,0419	0,05593	0,2358	0,7505	5569	5269
400	0,98422	0,0408	0,05446	0,2334	0,7488	5663	5263
500	0,98014	0,0396	0,05286	0,2299	0,7483	5768	5268
600	0,97618	0,0385	0,05139	0,2267	0,7475	5867	5267
700	0,97233	0,0377	0,05082	0,2243	0,7461	5970	5270
800	0,96856	0,0361	0,04819	0,2195	0,7472	6070	5270
900	0,96495	0,0353	0,04712	0,2171	0,7460	6171	5271
1000	0,96142					6276	5276

$$b_m = 0,7487$$

Tabelle 2.

Äthylalkohol $M = 46,06$. $t = 20^\circ$. $RT = 522,23 \text{ Atm} \cdot \text{cm}^3$.Zahlen pro Gramm Substanz nach Amagat Tab. 43. $v_0 = 1,2170 \text{ cm}^3$.

$P_{\text{Atm.}}$	v_{cm^3}	$\frac{v_1 - v_2}{p_2 - p_1} \frac{\text{cm}^3}{\text{Atm.}}$	$-RT \frac{\partial v}{\partial p} \text{cm}^6$	$(v_m - b)_{\text{cm}^3}$	b_{cm^3}	$P = \frac{RT}{v - b_m} \frac{\text{Atm.}}{\text{cm}^3}$	$\pi = P - p_{\text{Atm.}}$
1	1,2432	0,0,1333	0,06961	0,2638	0,9723	1962	1961
100	1,2300	0,0,1170	0,06110	0,2472	0,9770	2064	1964
200	1,2183	0,0,1040	0,05431	0,2331	0,9831	2164	1964
300	1,2079	0,0,960	0,05013	0,2239	0,9792	2262	1962
400	1,1983	0,0,88	0,04596	0,2144	0,9795	2360	1960
500	1,1895	0,0,82	0,04282	0,2069	0,9785	2458	1958
600	1,1813	0,0,76	0,03969	0,1992	0,9783	2556	1956
700	1,1737	0,0,74	0,03865	0,1966	0,9734	2655	1955
800	1,1663	0,0,69	0,03603	0,1898	0,9731	2759	1959
900	1,1594	0,0,63	0,03290	0,1814	0,9749	2863	1963
1000	1,1531					2966	1966

$$b_m = 0,9770$$

Tabelle 3.

Äthyläther $M = 74,08$. $t = 20^\circ \text{ C}$. $RT = 324,70 \text{ Atm} \cdot \text{cm}^3$.Zahlen pro Gramm Substanz nach Amagat Tab. 42. $v_0 = 1,3577 \text{ cm}^3$.

$P_{\text{Atm.}}$	v_{cm^3}	$\frac{v_1 - v_2}{p_2 - p_1} \frac{\text{cm}^3}{\text{Atm.}}$	$-RT \frac{\partial v}{\partial p} \text{cm}^6$	$(v_m - b)_{\text{cm}^3}$	b_{cm^3}	$P = \frac{RT}{v - b_m} \frac{\text{Atm.}}{\text{cm}^3}$	$\pi = P - p_{\text{Atm.}}$
1	1,4007	0,0,2323	0,07543	0,2746	1,1146	1106	1105
100	1,3777	0,0,200	0,06494	0,2548	1,1129	1200	1100
200	1,3577	0,0,170	0,05520	0,2350	1,1142	1296	1096
300	1,3407	0,0,153	0,04968	0,2229	1,1101	1390	1090
400	1,3254	0,0,133	0,04319	0,2078	1,1110	1487	1087
500	1,3121	0,0,122	0,03961	0,1990	1,1070	1584	1084
600	1,2999	0,0,112	0,03637	0,1907	1,1086	1684	1084
700	1,2887	0,0,103	0,03344	0,1829	1,1006	1788	1088
800	1,2784	0,0,95	0,03085	0,1757	1,0980	1896	1096
900	1,2698	0,0,90	0,02922	0,1709	1,0935	2007	1107
1000	1,2599					2125	1125

$$b_m = 1,1071$$

Die Gaskonstante pro Mole ist gleich $82,095 \frac{\text{Atm} \cdot \text{cm}^3}{^\circ \text{C.}}$ gesetzt. Unter P und π ist der Binnendruck nach Gleichung (1) mit dem erhaltenen Mittelwert von b und der Kohäsionsdruck angegeben.

Aus der Berechnung fließen folgende Ergebnisse:

1. Bis zu Überdrucken von 1000 Atm. sind die Werte für b bei allen drei Substanzen so völlig konstant, daß man ohne Bedenken für die Berechnung von P und π den angegebenen Mittelwert von β anwenden kann.

2. Die bei der Berechnung gemachte Annahme, daß der Kohäsionsdruck π sich innerhalb der äußeren Druckgrenzen von 100 Atm. sich nicht merklich ändert, ist zulässig bis zu den Überdrucken von 1000 Atm. Oder es ist bis zu dieser Grenze allgemein zulässig

$$-\frac{\partial v}{\partial p} = \frac{R T}{(v-b)^2}$$

zu setzen, worin b konstant ist.

3. Bei allen drei Flüssigkeiten ist unter dem Normaldruck ($p = 1$ Atm.) das Kovolumen nur etwa ein Viertel des sichtbaren Volumens oder der für die translatorische Bewegung nach den Anschauungen der kinetischen Gastheorie zur Verfügung stehende Raum ist so beschränkt, daß man kaum noch von einer merklichen Übermittlung der Stöße durch eine freie Weglänge reden kann. Man muß sich vielmehr vorstellen, daß die Stoßfortpflanzung zum größten Teil durch die elastischen Kerne der Molekeln erfolgt, oder daß das Kollisionsvolumen b von van der Waals sich dem Schwingungsvolumen in festen Körpern nähert.

4. Es ist eine notwendige Folge der ausgeführten Berechnung, daß auch die Schallgeschwindigkeit u in Flüssigkeiten sich durch

$$u = \frac{v}{v-b} \sqrt{\frac{R T}{m}} K$$

ausdrücken und mit den angegebenen b -Werten die beobachteten Werte richtig berechnen läßt sofern $K = \frac{c_p}{c_v}$ bekannt ist.

5. Der berechnete Wert für den Kohäsionsdruck π des Wassers von 5270 Atm. ist wesentlich kleiner als der aus den

kritischen Daten nach van der Waals berechnete Wert von 10700 Atm., liegt aber dem von Stefan¹⁾ aus der Verdampfungswärme bei 100° C. berechneten Werte 6578 Atm. näher. Bei Alkohol und Äther besteht eine bessere Übereinstimmung. Bei der unsicheren Basis der älteren Berechnungen des Normaldruckes lege ich auf diese Verschiedenheit kein Gewicht.

Zu diesen aus der vorgelegten Berechnung gezogenen Folgerungen füge ich noch folgende Bemerkungen hinzu, ohne sie durch weitere Tabellen zu erhärten.

a) Geht man über die Druckgrenze von 1000 Atm. hinaus und benutzt die Beobachtungen nach Amagats zweiter Methode (methode des contacts), so zeigt sich, daß stets die Größe b mit wachsendem Überdruck um etwa 2—3 Proz. abnimmt, ein Zeichen dafür, daß bei den stärkeren Kompressionen nicht mehr $\partial \pi / \partial p$ vernachlässigt werden kann.

b) Alle anderen von Amagat untersuchten Substanzen — Methylalkohol, Aceton und Schwefelkohlenstoff — zeigen dasselbe Verhalten, geben also bis etwa 1000 Atm. Überdruck konstante b -Werte. Ich stelle das Resultat der Berechnung in Tab. 4 zusammen und vergleiche in ihr auch das Kollisionsvolumen b mit dem optisch wirksamen Volumen für Na-Licht, also die Größe $(n_D - 1)v$.

Tabelle 4.

$t = 20^\circ \text{ C.}$ Zahlen pro Mole. $R T = 24\,054 \text{ Atm} \cdot \text{cm}^3.$

	M.	v_{cm^3}	$v - b_{\text{cm}^3}$	b_{cm^3}	$P_{\text{Atm.}}$	$(n_D - 1)v$ cm ³ /Mol	b $(n_D - 1)v$
Wasser	18,02	18,052	4,561	13,491	5274	6,019	2,24
Äthylalkohol	46,06	57,262	12,232	45,03	1966	21,15	2,13
Äthyläther	74,08	103,764	21,750	82,01	1106	37,36	2,20
Methylalkohol	32,04	40,49	10,110	30,39	2379	13,34	2,28
Aceton	58,05	73,29	14,35	58,94	1676	26,31	2,24
Schwefelkohlenstoff	76,14	60,27	12,26	48,01	1962	37,41	1,28

Wie diese Übersicht zeigt, hat Wasser das kleinste Kovolumen, den größten Binnendruck, Äther umgekehrt das größte Kovolumen, den kleinsten Normaldruck. Die anderen

1) J. Stefan, Wied. Ann. 20. S. 655—665. 1886.

Substanzen liegen dazwischen. Schwefelkohlenstoff und Äthylalkohol haben völlig gleiche Binnendrucke und Kovolumina.

Entsprechend den in § 1 entwickelten Anschauungen, daß das optische Volumen dem Kernvolumen bis auf den Resonanzfaktor proportional sein müsse, ergibt sich bei den ersten fünf Substanzen, bei denen die den Brechungsexponenten bestimmenden Absorptionsstreifen vermutlich nahe gleich liegen, das Verhältnis $b : (n_D - 1) v$ nahezu gleich, während der optisch ganz anders wirkende Schwefelkohlenstoff erheblich abweicht.

§ 3. Der im vorigen Abschnitt erbrachte Beweis, daß man bei reinen Flüssigkeiten innerhalb der angegebenen Grenzen mit einem konstanten Wert für das Kollisionsvolumen b rechnen kann, wird bestätigt durch die Beobachtungen über die Kompressibilität von Lösungen. Wendet man die Gleichung (3)

$$(3) \quad v_i - b_i = - R T \frac{\partial v}{\partial p}$$

auf Salzlösungen an, so gestattet sie mit Hilfe der tatsächlich beobachteten Kompression $\partial v / \partial p$ und mit dem durch das spezifische Gewicht der Salzlösung gegebenen Wert von v_i , dem Volumen der Gewichtseinheit der Salzlösung, den der Lösung entsprechenden Wert b_i des Kollisionsvolumens zu ermitteln und damit die Frage zu beantworten, die Röntgen bei seinen Beobachtungen stets verfolgt hat, wie sich die Kompressibilität von Lösungen aus der der Komponenten zusammensetzt.

Bei der Anwendung der Gleichung (3) auf die Messungsreihen verschiedener Autoren über die Kompressibilität der Salzlösungen stößt man auf eine gewisse Unsicherheit, weil die Kompressibilität $\mu = \frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial p}$ innerhalb variabler Druckgrenzen angegeben ist oder wie bei Röntgen und Schneider¹⁾ die relative wirkliche Kompressibilität. In jeder Messungsreihe ist auch die des reinen Wassers angeführt und diese zeigt in ihrem absoluten Betrag erhebliche Differenzen, sei es weil die Druckgrenzen verschieden sind, sei es, weil konstante Fehler vorliegen. Es ist ja bekannt, daß es außerordentlich schwierig ist, konstante Fehler bei den Kompressibilitätsbeobachtungen

1) W. Röntgen u. Fr. Schneider, Wied. Ann. 29. S. 165—213. 1886.

anzuschließen. Bei Anwendung der Gleichung (3) auf reines Wasser braucht man aber den absoluten Wert der Kompression $\partial v / \partial p$ in cm^3 per Atm. und daher fällt je nach dem Beobachter der Wert b_w , welcher sich nach den Amagatschen Beobachtungen zu $b_w = 13,491 \text{ cm}^3$ pro Mol in Tab. 4 ergab, indem die mittlere Kompression für 100 Atm. Überdruck benutzt ist, bei den Messungsreihen über die Kompressibilität der Salzlösungen etwas verschieden aus. Ich habe geglaubt, an den Beobachtungsangaben nichts ändern zu sollen, wenn auch die am Kopf jeder Tabelle angegebenen b_w -Werte geringe Schwankungen zeigen.

Ich gebe zunächst das Ergebnis der Berechnung für NaCl-Lösungen nach Röntgen und Schneider und für Zuckerlösungen nach Tait in den Tabb. 5 und 6 wieder.

Das Molekulargewicht M_i einer p -proz. Lösung ist, sofern die Gesamtzahl der Molen bei der Lösung ungeändert bleibt, wie leicht ersichtlich, gegeben durch

$$M_i = \frac{1}{w_1 + s_1},$$

wenn

$$w_1 = \frac{100 - p}{100} \cdot \frac{1}{M_w}, \quad s_1 = \frac{p}{100} \cdot \frac{1}{M_s}$$

die Molenzahlen in 1 g Lösung bedeutet. Die Beobachtungen von Röntgen und Schneider sind nur mit geringen Überdrucken von etwa 7 Atm. ausgeführt und geben die relative wirkliche Kompressibilität. Mit dem Amagatschen Wert für die Kompression des Wassers bei geringen Überdrucken ist aus den Röntgenschen Relativzahlen die der Lösungen ermittelt. Eine zweite Beobachtungsreihe für NaCl-Lösungen von Gilbault¹⁾, welche die mittlere Kompressibilität zwischen 1 und 300 Atm. gibt, führt zu völlig gleichen Resultaten, wie die Röntgensche, so daß es genügt, hier nur eine zu berücksichtigen. Die Beobachtungen von Tait²⁾ sind zwischen 1 und 152 Atm. Überdruck ausgeführt.

1) H. Gilbault, Zeitschr. f. physik. Chem. 24. S. 385—440. 1887.

2) In den Tabellen von Landolt und Börnstein und an anderen Stellen der deutschen Literatur sind die Beobachtungen von Tait für ganze Prozente, 5 Proz. usw. wiedergegeben. Tait versteht aber „Prozentzahl“ als p g Zucker auf 100 g Wasser, nicht wie sonst üblich, auf 100 g Lösung. (Tait, Scientific papers.)

Tabelle 5a.

NaCl-Lösungen $t = 18^\circ \text{C}$. $M_w = 18,02$. $M_s = 58,5$. $b_w = 13,443 \text{ cm}^3/\text{Mol}$.
Zahlen pro Gramm Lösung.

p	v_{cm^3}	$rw C^{(1)}$	$-\frac{\partial v}{\partial p} \cdot 10^7 \frac{\text{cm}^3}{\text{Atm.}}$	$\frac{RT}{\text{Atm.} \cdot \text{cm}^3}$	$v_t - b_t \text{ cm}^3$	$P_t \text{ Atm.}$	$b_t \text{ cm}^3$
0	1,0014	1,000	492	1325,7	0,2554	5191	0,7460
4,05	0,9729	0,920	441	1288,5	0,2384	5405	0,7345
8,27	0,9447	0,844	392	1249,8	0,2216	5640	0,7221
14,07	0,9073	0,754	337	1196,7	0,2008	5960	0,7065
20,06	0,8701	0,670	287	1141,9	0,1809	6312	0,6882
26,40	0,8326	0,593	243	1083,5	0,1623	6676	0,6700

Tabelle 5b.

p	w_1	s_1	$w_1 b_w \text{ cm}^3$	$\Delta \text{ cm}^3$	$\frac{\Delta}{s_1} = b_s \frac{\text{cm}^3}{\text{Mol}}$
0	0,05549	—	0,7460	—	—
4,05	0,05324	0,0,692	0,7157	0,0188	27,17
8,27	0,05090	0,001414	0,6842	0,0389	27,51
14,07	0,04769	0,002405	0,6411	0,0654	27,19
20,06	0,04436	0,003430	0,5963	0,0929	27,08
26,40	0,04084	0,004513	0,5490	0,1213	26,88

Tabelle 6a.

Zuckerlösungen nach Tait. Druckgrenze 152 Atm. $M_w = 18,02$. $M_s = 3,42$.
Zahlen pro Gramm Lösung. $b_w = 13,60 \text{ cm}^3 \text{ pro Mol.}$

p	v_{cm^3}	$-\frac{\partial v}{\partial p} \cdot 10^7 \frac{\text{cm}^3}{\text{Atm.}}$	$\frac{RT}{\text{Atm.} \cdot \text{cm}^3}$	$v_t - b_t \text{ cm}^3$	$P_{\text{Atm.}}$	$b_t \text{ cm}^3$
0	1,00057	466	1300,2	0,2459	5287	0,7547
4,762	0,9821	435	1241,6	0,2323	5345	0,7498
9,091	0,9652	412	1188,2	0,2213	5369	0,7489
13,04	0,9502	390	1139,6	0,2108	5406	0,7394
16,66	0,9362	371	1095,0	0,20155	5432	0,7346

Tabelle 6b.

p	w_1	s_1	$w_1 b_w \text{ cm}^3$	$\Delta \text{ cm}^3$	$\frac{\Delta}{s_1} = b_s \frac{\text{cm}^3}{\text{Mol}}$
0	0,05549	—	0,7547	—	—
4,762	0,05285	0,00014	0,7188	0,0310	221,4
9,091	0,05044	0,00027	0,6860	0,0579	214,4
13,04	0,04826	0,00038	0,6563	0,0831	218,7
16,66	0,04626	0,00049	0,6289	0,1057	215,7

1) $rw C$ bedeutet „relative wirkliche Kompressibilität“.

Aus den Tabellen ergibt sich:

1. Die unter P verzeichneten Binnendrucke der Lösungen sind größer als die des reinen Wassers; bei gesättigter NaCl-Lösung ist der Binnendruck der Lösung um rund 1500 Atm. größer als der des reinen Lösungsmittels, bei der 16,66 proz. Zuckerlösung nur 150 Atm.

2. Dadurch ist auch die Richtung der Diffusion bedingt, denn bringt man eine NaCl-Lösung und reines Wasser in Diffusionsverbindung, so muß sich in der Grenzschicht die Verschiedenheit der Binnendrucke als ein Zug nach der Flüssigkeit größeren Binnendruckes geltend machen, das Wasser diffundiert also zur Lösung.

3. Der zweite Teil der Tabellen beantwortet die Frage, wie sich das Kollisionsvolumen b_l der Lösung aus den Komponenten zusammensetzt. Zu dem Zweck ist mit dem für reines Wasser und der Molenzahl pro Gramm sich ergebenden Wert b_w das Kollisionsvolumen der in 1 g Lösung enthaltenen Wassermolekeln unter $w_1 b_w$ berechnet, unter $\Delta = b_l - w_1 b_w$ der Rest gebildet, der für das Kollisionsvolumen des gelösten Stoffes übrig bleibt und damit durch Δ/s_1 das Kollisionsvolumen des gelösten Stoffes pro Mole ermittelt. Es ergibt sich das überraschende Resultat, daß sich für jedes gelöste Salz pro Mole ein konstantes von der Konzentration unabhängiges Kollisionsvolumen b_s berechnen läßt oder daß für die Gewichtseinheit der Lösung b_l sich additiv nach der molekularen Konzentration aus den Kollisionsvolumen b_w und b_s zusammensetzt oder auf die Mole der Lösung berechnet

$$(4) \quad \bar{b}_l = \frac{w_1 b_w + s_1 b_s}{w_1 + s_1}$$

ist. Dieses nicht erwartete Resultat zwingt zu der Annahme, daß in den Lösungen keine Veränderung der Gesamtzahl der zur Lösung verwendeten Komponenten w_1 und s_1 eintritt, also keine Verringerung durch Hydratbildung, noch Vergrößerung durch Dissoziation stattfindet und man trotz zweifellos verschiedener Größe der Molekeln — wenigstens so weit die Beobachtungsgenauigkeit es zuläßt —, mit dem mittleren Kollisionsvolumen rechnen kann.

4. Das Kollisionsvolumen pro Mole ergibt sich für NaCl gleich 27 cm^3 , für Zucker 217 cm^3 . Röntgen hat die Dichte des kristallischen NaCl zu 2,1676 bestimmt. Damit ergibt sich das Molekularvolumen des festen NaCl

$$v = \frac{58,5}{2,1676} = 26,99 \text{ cm}^3$$

und ebenso ist das Molekularvolumen des festen Zuckers gegeben durch

$$v = \frac{342}{1,59} = 215,1 \text{ cm}^3.$$

Somit ergibt sich: NaCl und Zucker zeigen in wäßrigen Lösungen ein Kollisionsvolumen b_s , welches gleich ist dem Molekularvolumen im festen Zustand.

Zu diesen aus den Tab. 5 und 6 sich ergebenden Sätzen füge ich aus weiteren Berechnungen ohne tabellarischen Beleg hinzu:

Bei den von Gilbault¹⁾ untersuchten Salzlösungen von Jodkalium, Kaliumchlorid, Natriumnitrat und ebenso bei den von Drecker²⁾ untersuchten Calciumchlorid berechnet sich in gleicher Weise aus der Kompressibilität stets ein konstantes Kollisionsvolumen b_s pro Mole, oder das Kollisionsvolumen der Lösung b_l läßt sich stets als Mittelwert nach der molekularen Konzentration zusammensetzen aus den Werten von b_w und b_g der Komponenten. Aber das sich ergebende b_l ist bei den weiteren Salzen nicht gleich dem sichtbaren Molekularvolumen

Tabelle 7.
Zahlen pro Mole.

	<i>M</i>	<i>d</i> Dichte fest	<i>v</i> _{cm³}	<i>b_s</i> $\frac{\text{cm}^3}{\text{Mol.}}$	$(n_D - 1) v$ $\frac{\text{cm}^3}{\text{Mol.}}$	b_s $(n_D - 1) v$
NaCl . .	58,5	2,1676	26,99	27,0	15,86	1,702
Zucker .	342	1,59	215,1	217,8	119,15	1,827
KCl . . .	74,5	1,985	37,5	33,9	19,15	1,77
KJ . . .	165,6	3,07	53,9	46,1	34,4 *	1,34
NaNO ₃ .	85,0	2,26	37,6	36,4	18,0 *	2,02
CaCl ₂ . .	111,0	2,26	49,1	40,7	30,8 *	1,32

* Neu berechnet.

1) H. Gilbault, a. a. O.

2) J. Drecker, Wied. Ann. 34. S. 952—970. 1888.

im festen Zustand, sondern stets kleiner. Bei allen Lösungen nimmt der Binnendruck mit dem Salzgehalt zu; alle wäßrigen Salzlösungen haben einen größeren Binnendruck als das reine Wasser.

Ich stelle die Daten in der Tab. 7 zusammen und vergleiche auch hier wie in Tab. 4 das Kollisionsvolumina b mit dem optisch wirksamen Volumen.

§ 4. Das aus der Kompressibilität der Salzlösungen sich ergebende Resultat, daß jedes Salz sein ihm charakteristisches Kollisionsvolumen b_s beibehält und sich die Gesamtzahl der Molekeln nicht in der Lösung durch Hydratisierung oder Dissoziation ändert, bestätigt das auch optisch gefundene Resultat¹⁾, daß sich in Lösungen die Molekeln einfach der Molenzahl entsprechend ohne gegenseitige Beeinflussung miteinander mischen; es gestattet aber auch weiter, die merkwürdigen bei der Lösung auftretenden Volumenkontraktionen zu berechnen. Denn wenn zwei Stoffe verschiedenen Binnendruckes

$$P_w = \frac{RT}{v_w - b_w} \quad \text{und} \quad P_s = \frac{RT}{v_s - b_s}$$

eine homogene Lösung bilden, so kann in der Lösung nicht mehr die Verschiedenheit der Binnendrucke bestehen bleiben, denn die molekulare Wärmebewegung, deren Annahme ja durch die Grundgleichung ausgesprochen ist, muß jede Druckverschiedenheiten ausgleichen. Es kann also in der Lösung nur ein mittlerer Binnendruck

$$P_l = \frac{RT}{v_l - b_l}$$

bestehen. Damit ist aber auch sofort gegeben, daß die beiden Bestandteile in der Lösung gleiche Kovolumina haben müssen, denn die van der Waalssche Binnendruckgleichung sagt aus, daß äquimolekulare Mengen aller Stoffe unter gleichem Binnendruck und bei gleicher Temperatur gleiche Kovolumina haben. Eine homogene Lösung ist also dadurch definiert, daß sie ein Gemenge verschiedener Substanzen bei gleichem Kovolumen ist.

Bezeichnet v_w und v_s das sichtbare Molekularvolumen der

1) C. Dieterici, Ann. d. Phys. 67. S. 337—351. 1922.

Komponenten unter den Normaldrucken ¹⁾ P_w und P_s , v_w' und v_s' die Molekularvolumina unter dem Drucke P_i , so ist allgemein für den Fall, daß b_w und b_s in der Lösung andere Werte annehmen sollten:

$$v_w' - b_w' = v_s' - b_s' = v_i - b_i.$$

Bei den angeführten wäßrigen Salzlösungen hat die Kompressibilität auf die Gleichungen

$$b_w' = b_w, \quad b_s' = b_s, \quad b_i = \frac{w b_w + s b_s}{w + s}$$

geführt, wenn w und s die zur Lösung verwendeten Molekularzahlen bedeuten. Daher folgt:

$$v_s' - v_w' = b_s - b_w$$

und

$$(5) \quad v_i = v_w' + \frac{s}{w+s} (b_s - b_w) = v_s' - \frac{w}{w+s} (b_s - b_w),$$

worin v_i direkt durch die Dichte der Lösung, w und s durch die Konzentration und b_w und b_s aus den Kompressibilitätsbeobachtungen bekannt sind.

Die bei der Lösung beobachtete Volumenänderung ΔV ist definiert durch

$$\Delta V = w v_w + s v_s - (w + s) v_i.$$

Ersetzt man nach Gleichung (5) v_i durch v_w' und v_s' , so fallen alle b -Größen heraus und es ergibt sich

$$\Delta V = w \cdot v_w' + s v_s'$$

oder die totale beobachtete Volumenänderung ist die gleiche, wie sie eintreten würde, wenn man die beiden Bestandteile außerhalb der Lösung getrennt auf den Druck P_i komprimieren bzw. dilatieren würde.²⁾ Bei den wäßrigen Salzlösungen übertrifft fast stets die Kompression des Wassers die Dilatation des gelösten Salzes und deshalb beobachtet man in den meisten Fällen eine Volumenkontraktion beim Lösungsvorgang.

1) Unter Normaldruck wird der Binnendruck bei 1 Atm. äußeren Druck verstanden.

2) Hr. Tammann lehnt diese Folgerung in seinem Buch „Über die Eigenschaften der Lösungen“, Hamburg 1907, ab und insofern mit Recht, als sie nicht allgemein, sondern nur für solche Lösungen gültig ist, bei denen die Kompressibilitätsbeobachtungen die Gültigkeit der Gleichungen (4) erweisen, wie die angeführten wäßrigen Salzlösungen.

Tabelle 8a.

NaCl-Lösungen $t = 18^\circ \text{C}$.

$$b_{w_1} = \frac{13,43}{1802} = 0,7454 \text{ cm}^3/\text{g}. \quad b_{s_1} = \frac{27}{58,5} = 0,46113 \text{ cm}^3/\text{g}.$$

Zahlen pro Gramm Lösung. Wasserkompression.

p	$w_1 \cdot v_w \text{ cm}^3$	$w_1 (v_l - b_l) \text{ cm}^3$	$w_1 b_{w_1} \text{ cm}^3$	$w_1 v_w' \text{ cm}^3$	$\delta v_w \text{ cm}^3$
0	1,0014	0,2560	0,7454	1,0014	—
4,05	0,9608	0,2287	0,7152	0,9439	0,0169
8,27	0,9186	0,2033	0,6838	0,8871	0,0315
14,07	0,8605	0,1725	0,6406	0,8131	0,0474
20,06	0,8005	0,1446	0,5960	0,7406	0,0599
26,4	0,7370	0,1195	0,5487	0,6682	0,0688
100	—	—	—	—	—

Tabelle 8b.

Salzdilatation.

p	$s_1 v_s \text{ cm}^3$	$s_1 (v_l - b_l) \text{ cm}^3$	$s_1 b_{s_1} \text{ cm}^3$	$s_1 v_s' \text{ cm}^3$	$\delta v_s \text{ cm}^3$	$\delta v_s - \delta v_w \text{ cm}^3$	$\Delta V_{\text{beob. cm}^3}$
0	—	—	—	—	—	—	—
4,05	0,0187	0,00966	0,0187	0,0284	0,0097	— 0,0072	— 0,0067
8,27	0,0381	0,01333	0,0381	0,0564	0,0183	— 0,0132	— 0,0125
14,07	0,0649	0,02325	0,0649	0,0931	0,0282	— 0,0192	— 0,0187
20,06	0,0925	0,03629	0,0925	0,1288	0,0363	— 0,0236	— 0,0228
26,4	0,1218	0,04285	0,6218	0,1646	0,0428	— 0,0260	— 0,0262
100	0,4613	—	0,4613	0,4613	—	—	—

In der Tab. 8 ist für die von Röntgen beobachteten NaCl-Lösungen im Anschluß an Tab. 5 die Volumenverringerung des Wassers in 1 g Lösung berechnet und ebenso die Volumenvergrößerung des Salzes. Aus Tab. 5 ist das Kovolumen $(v_l - b_l)$ übernommen, $w_1 (v_l - b_l)$ gibt dann das Kovolumen des Wassers in der Lösung, aus dem sich durch Addition von $w_1 b_w$ das sichtbare Volumen $w_1 v_w'$ der Wasserkomponente in der Lösung ergibt; $w_1 (v_w - v_w') = \delta v_w$ gibt die Volumenverringerung des Wassers in der Lösung. Analog ist unter δv_s die Volumenvergrößerung des Salzes ermittelt. Die Differenz $\delta v_s - \delta v_w$ gibt die totale Volumenänderung der Lösung, sie stimmt mit der aus dem spezifischen Gewicht ermittelten und unter $\Delta V_{\text{beob.}}$ angegebenen völlig befriedigend überein.

§ 5. In den Salzlösungen gerät das Wasser unter höhere Binnendrucke als im reinen Zustand, es erleidet also eine

Zusammendrückung gerade so groß, wie durch Erhöhung des äußeren Druckes; mischt man aber Wasser mit Alkohol, welcher für sich einen viel geringeren Normaldruck hat, so gerät das Wasser in einen Zustand der Dilatation, den wir experimentell nicht herstellen können, denn es ist — von den besonderen Fällen des Haftens abgesehen — nicht möglich, Flüssigkeiten unter einen geringeren Druck zu bringen als den Dampfdruck. Man kann aber in derselben Weise, wie bei Salzlösungen, da wo Kompressibilitätsbeobachtungen vorliegen, das Kovolumen der Lösung ermitteln und die Frage erörtern, ob auch bei diesen Lösungen sich das Kollisionsvolumen b_i der Lösung additiv aus dem der Komponenten zusammensetzt.

Es liegen zwei Gruppen von Beobachtungen vor: die Kompressibilität der Wasser-Alkoholgemische¹⁾ und die der Wasser-Schwefelsäurelösungen nach Röntgen und Schneider.²⁾

Ich stelle zunächst in Tab. 9 nach Dreckers Beobachtungen das Ergebnis der Berechnung dar für Alkohol-Wassergemische.

Die erste Horizontalreihe der Tab. 9 zeigt, daß die Kompressibilität der Alkohollösungen bei etwa 25 Proz. Alkoholgehalt ein Minimum hat. Pagliani und Palazzo haben bei genau dem gleichen Prozentgehalt das Minimum bestätigt. Mit überwiegendem Alkoholgehalt nimmt dann die Kompressibilität beträchtlich zu.

Die folgenden Reihen geben in leicht verständlicher Bezeichnung die zur Berechnung des Kovolumens der Lösung nach Gleichung (3) nötigen Daten. Das Kollisionsvolumen b_i der Lösung nimmt nicht an dem Minimum der Kompressibilität teil, sondern nimmt kontinuierlich zu. Die folgenden Reihen

1) J. Drecker: Wied. Ann. 20. S. 870—896. 1888 und Pagliani u. Palazzo, Atti di Torino 19. S. 1017—1036. 1884. Die letzteren Beobachtungen sind 1889 durch Umrechnung an die Amagatschen Beobachtungen angeschlossen und auch in den Landolt-Börnsteinschen Tabellen wiedergegeben. Sie führen zu gleichen Resultaten wie die Dreckerschen Beobachtungen, die das ganze Konzentrationsintervall umfassen.

2) a. a. O.

Tabelle 9.

Wasser-Alkoholgemische $t = 25^\circ \text{C}$. $b_w = 13,59 \text{ cm}^3 \text{ pro Mol}$. $b_s = 45,89 \text{ cm}^3 \text{ pro Mol}$.
 Druckintervall 4,5 Atm. $R T = (w_1 + s_1) 24464 \text{ Atm} \cdot \text{cm}^3$. Zahlen pro Gramm Lösung.

$p =$	0	12,37	23,91	34,61	50,29	62,95	79,72	85,13	100%
$10^7 \frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial p}$	455	420	411	448	545	650	807	886	1138
v_{cm^3}	1,0030	1,0235	1,0410	1,0731	1,1073	1,1351	1,1910	1,2102	1,2737
$R T$	1357,6	1255,5	1160,0	1072,0	942,1	837,4	698,7	653,9	531,1
$\text{Atm} \cdot \text{cm}^3$									
$R T \frac{\partial v}{\partial p}$	0,06191	0,05399	0,04965	0,05156	0,05681	0,6180	0,06715	0,07010	0,07696
$v - b_i$	0,2486	0,2324	0,2225	0,2271	0,2383	0,2486	0,2591	0,2648	0,2774
$b_i \text{ cm}^3$	0,7542	0,7911	0,8185	0,8460	0,8690	0,8865	0,9319	0,9454	0,9963
w_1	0,05549	0,04863	0,04223	0,03629	0,02759	0,02056	0,01125	0,00825	—
s_1	—	0,00269	0,00519	0,00751	0,01092	0,01367	0,01731	0,01848	0,02171
$w_1 b_w \text{ cm}^3$	0,7542	0,6609	0,5739	0,4932	0,3749	0,2794	0,1529	0,1121	—
Δ	—	0,1802	0,2446	0,3528	0,4941	0,6071	0,7790	0,8333	0,9963
$b_s = \frac{\Delta}{s_1}$	—	48,40	47,13	46,98	45,24	44,41	45,00	45,09	45,89
P_{Atm}	5457	5402	5213	4720	3953	3368	2697	2469	1915

geben die Molekülzahlen in 1 g Lösung und es ergibt sich, daß auch bei diesen Lösungen

$$(w_1 + s_1)b_i = w_1 b_w + s_1 b_s, \\ b_w = 13,59 \text{ cm}^3/\text{Mol}, \quad b_s = 46,00 \text{ cm}^3/\text{Mol}$$

gesetzt werden kann, also anzunehmen ist, daß in der Lösung die gleiche Gesamtzahl der Molekeln mit konstantem Kollisionsvolumen für jede Komponente angenommen werden muß. Allerdings ist die Konstanz der b_i -Werte nicht eine gleich gute, wie bei den Salzlösungen, es läßt sich aber leicht nachweisen, daß die Schwankungen der erhaltenen b_i -Werte völlig innerhalb der Versuchsunsicherheiten der Kompressibilitätsbeobachtungen liegen. Durch den erbrachten Nachweis sind auch die bei den Mischungen von Alkohol und Wasser auftretenden Volumenkontraktionen identisch richtig gegeben.

Die letzte Reihe bringt unter P den Normaldruck der Lösungen. Er nimmt kontinuierlich von dem hohen Binnendruck des Wassers von 5460 Atm. auf den des Alkohols von nur 1915 Atm. ab. 1 g reines Wasser, welches nach der Tabelle ein Kovolumen von $0,2488 \text{ cm}^3$ unter Normaldruck hat, würde also in der 79,72 proz. Lösung ein Kovolumen von $0,2488 \cdot \frac{5457}{2627} = 0,5033 \text{ cm}^3$ erhalten oder das sichtbare Volumen von 1 g Wasser in der rund 80 proz. Lösung

$$0,5033 + 0,7542 = 1,2575 \text{ cm}^3$$

betragen. Das Wasser ist also so stark dilatiert, wie es sonst nur bei 250° C. im orthobasischen Zustand vorkommt. Daß trotz des auf die Hälfte verringerten Binnendruckes das Wasser bei 25° C. in der Lösung nicht zerreißt, ist der Einschiebung der Alkoholkraftzentren zwischen die Wassermolekeln zu danken.

Würde man eine wäßrige Alkohollösung mit reinem Wasser durch eine halbdurchlässige Membran in Diffusionsverbindung bringen, so müßte hier in umgekehrter Richtung als bei Salzlösungen die Diffusion zum Wasser hin erfolgen.

Bei den alkoholischen Lösungen war nach den Erfahrungen an Salzlösungen zu erwarten, daß das aus der Kompressibilität berechnete Kollisionsvolumen b_i der Lösung sich additiv aus den der Komponenten nach Gleichung (4) berechnen lasse, denn wir haben keine Anzeichen einer chemischen Reaktion

der Bestandteile aufeinander. Anders liegen die Verhältnisse bei den von Röntgen beobachteten wäßrigen Schwefelsäurelösungen. Führt man durch

$$(v_i - b_i)^2 = -RT \frac{\partial v}{\partial p}$$

die Berechnung des Kovolumens der Lösung aus, indem man zur Bildung der Gaskonstante R der Lösung annimmt, daß die Gesamtzahl der Lösungsmolen gleich der Summe der zur Lösung verwendeten Molenzahlen der Komponenten ist, so ergeben sich Werte für b_i , welche sich nicht nach der Gleichung (4) als Summe der Kollisionsvolumina b_w und b_s darstellen lassen. Hier liegt also ein Ausnahmefall vor, der Tammanns Bedenken rechtfertigt, die immer dann berechtigt sind, wenn molekulare Umlagerungen bei der Lösung auftreten. Bei Schwefelsäurelösungen schließt Arrhenius¹⁾ nach den Gefrierpunktsbeobachtungen von H. C. Jones, daß zwei Arten von Hydraten, $\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}$ und $\text{H}_2\text{SO}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$, in der Lösung bestehen; ich habe durch umständliche Rechnungen die durch die optischen Berechnungen nahe gelegte Hypothese der Bildung komplexer Moleküle nach Lenard zu verfolgen gesucht, verzichte aber auf ihre Wiedergabe, weil sie mir nicht sicher genug erscheinen. Nur ein Resultat der Berechnung mit den Röntgenschen Kompressibilitätsbeobachtungen ist sicher: das Kollisionsvolumen der reinen Schwefelsäure ergibt sich zu $b_s = 46,3 \text{ cm}^3/\text{Mole}$, also fast genau gleich zweimal dem optisch wirksamen Refraktionsvolumen der Schwefelsäure $23 \text{ cm}^3/\text{Mole}$, und damit ergibt sich der Normaldruck $P = 3330 \text{ Atm}$.

§ 6. Bei den vorstehenden Berechnungen, die darauf abzielen, aus der Kompressibilität der wäßrigen Lösungen einen Einblick in den molekularen Zustand der gelösten Stoffe zu gewinnen, kam die Frage nach der Temperaturabhängigkeit des Kollisionsvolumens und damit die Frage der Temperaturabhängigkeit des Binnendruckes nicht in Betracht, weil die Beobachtungen an Salzlösungen nur bei $t = 20^\circ \text{ C}$. oder nahe benachbarten Temperaturen ausgeführt sind und darum genügte der durch die Tab. 1—3 erbrachte Beweis, daß man bei $t = 20^\circ \text{ C}$. bis zu Überdrücken von rund 1000 Atm. mit einem

1) Sv. Arrhenius, Theorien der Chemie. S. 23. Leipzig 1909.

für jede reine Flüssigkeit gültigen konstanten Kollisionsvolumen b rechnen, also auch den Kohäsionsdruck π innerhalb dieser Grenzen konstant ansehen kann.

Es soll jetzt an der Hand der Amagatschen Beobachtungen noch die Frage nach der Temperaturabhängigkeit erörtert werden, also die Frage, ob man in der Binnendruckgleichung

$$P = \frac{RT}{v - b}$$

auch bei verschiedenen Temperaturen ein konstantes b anwenden darf.

Analog wie bei Tab. 1 und 2 ist in den folgenden Tab. 10 und 11 nach den Beobachtungen

$$-\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_m = \frac{v_1 - v_{100}}{p_{100} - p_1}$$

durch direkte Ablesung angeführt und mit

$$(v - b)^2 = -RT \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_m$$

nach Gleichung (3) gebildet und durch Abzug dieses aus der Kompression der reinen Flüssigkeit gewonnenen Kovolumens vom mittleren Volumen $\frac{1}{2}(v_1 + v_{100})$ der zugehörige b -Wert ermittelt. Unter $P = \frac{RT}{v_1 - b_m}$ findet sich der Binnendruck bei 1 Atm. äußeren Druckes, also der Normaldruck, worin v_1 das sichtbare Volumen des Wassers bzw. Alkohols bei den angegebenen Temperaturen ist.

Tabelle 10.

Wasser nach Amagat. Zahlen pro Gramm. $M = 18,02$.

t	$10^7 \frac{\partial v}{\partial p} \frac{\text{cm}^3}{\text{Atm.}}$	$\frac{RT}{\text{Atm.} \cdot \text{cm}^3}$	$v - b_{\text{cm}^3}$	$\frac{1}{2}(v_1 + v_{100}) \text{cm}^3$	b_{cm^3}	$v_1 \text{cm}^3$	$P = \frac{RT}{v_1 - b}$
0°	512	1243,7	0,2524	0,9976	0,7452	1,00013	4949 Atm
10	483	1289,3	0,2495	0,9978	0,7483	1,0003	5126 "
20	469	1334,8	0,2502	0,9994	0,7492	1,0018	5255 "
30	462	1380,4	0,2525	1,0020	0,7495	1,0044	5400 "
40	453	1426,0	0,2541	1,0054	0,7513	1,0078	5506 "
50	455	1471,5	0,2588	1,0097	0,7509	1,0121	5589 "
60	463	1517,1	0,2650	1,0146	0,7496	1,0171	5654 "
70	473	1562,6	0,2719	1,0202	0,7483	1,0227	5705 "
100	504	1699,3	0,2940	1,0406	0,7466	1,0434	5769 "

$$b_m = 0,7488$$

Tabelle 11.

Alkohol nach Amagat. Zahlen pro Gramm. $M = 46,06$.

t	$10^3 \frac{\partial v}{\partial p} \frac{\text{cm}^3}{\text{Atm.}}$	$\frac{RT}{\text{Atm.} \cdot \text{cm}^3}$	$v - b \text{ cm}^3$	$\frac{1}{2}(v_1 + v_{100}) \text{ cm}^3$	$b \text{ cm}^3$	$v_1 \text{ cm}^3$	$P = \frac{RT}{v_1 - b_m}$
0	1131	486,6	0,2346	1,2113	0,9767	1,2170	1984 Atm.
20	1327	522,2	0,2633	1,2364	0,9732	1,2432	1923 „
40	1533	551,1	0,2906	1,2630	0,9724	1,2708	1843 „
60	1813	593,5	0,3280	1,2925	0,9645	1,3016	1799 „

$$b_m = 0,9717$$

Übersieht man die erste Spalte der Tab. 10, so zeigt sich das von Amagat beobachtete Minimum der Zusammendrückbarkeit des Wassers bei etwa 40° . Trotzdem ergibt die in den folgenden Spalten durchgeführte Berechnung nach Gleichung (3) auffallend konstante Werte des Kollisionsvolumens b . Zwar scheint sich ein kleiner Gang der b -Werte in dem Sinne zu ergeben, daß b bei der Temperatur der geringsten Zusammendrückbarkeit ein Maximum zeigt, aber es ist so wenig ausgeprägt, daß es völlig im Bereich der Beobachtungsfehler liegt, so daß es berechtigt ist, den Mittelwert b_m zu bilden. Der bei verschiedenen Temperaturen, aber konstantem Überdruck sich ergebende Mittelwert 0,7488 ist exakt der gleiche, wie der, der sich in Tab. 1 bei konstanter Temperatur, aber verschiedenen Überdrucken ergab, so daß man sagen kann, im flüssigen Wasser ist das Kollisionsvolumen b bis zu 1000 Atm. Überdruck und 100° Temperatursteigerung als unabhängig von Druck und Temperatur anzusehen.

Geht man über die angegebenen Druck- und Temperaturgrenzen hinaus, so findet sich in beiden Fällen eine Abnahme der b -Werte. Der ausgesprochene Satz ist also natürlich nur als ein empirischer innerhalb bestimmter Grenzen gültiges Ergebnis der Berechnung anzusehen.

Bei Alkohol, der doppelt so stark kompressibel ist, zeigen die b -Werte der Tab. 11 auf 0,5 Proz., daß sie mit denen der Tab. 2 übereinstimmen, und so kann man wohl auch hier mit einem konstanten Wert von b rechnen.

Es sei noch hinzugefügt, daß, wenn man bei Wasser die Temperaturabhängigkeit nicht im Normalzustand, sondern bei konstanten Überdrucken bis zu 1000 Atm. untersucht, man stets die gleichen b -Werte erhält und daß auch Äther sich

ebenso wie Alkohol verhält. Das Ergebnis $b = \text{konstant}$ zieht den merkwürdigen Verlauf des Normaldruckes nach sich, den die letzte Spalte der Tabellen unter P aufweist. Da der Normaldruck sich aus dem äußeren Druck 1 Atm. und dem van der Waalsschen Kohäsionsdruck zusammensetzt, ersterer aber verschwindend klein gegen den letzteren ist, so kann man Normaldruck und Kohäsionsdruck identifizieren und dann sagt die Zahlenreihe der letzten Spalte aus, daß beim Wasser der Kohäsionsdruck mit steigender Temperatur zunimmt und offensichtlich bei niederen Temperaturen schneller, bei Annäherung an 100° langsamer, so daß er sich einem Maximum nähert, daß aber bei Alkohol und ebenso bei Äther der Kohäsionsdruck abnimmt. Das letztere Verhalten ist allgemein zu erwarten, denn die Abnahme des Kohäsionsdruckes mit steigender Temperatur bedingt die Zunahme des Dampfdruckes nach den v. d. Waalsschen Anschauungen.

Das Verhalten des Wassers muß also im Widerspruch stehend erscheinen mit den Grundanschauungen.

Und doch zeigt sich, daß dieses Ergebnis eintreten muß; denn die Zunahme des Normaldruckes P mit der Temperatur wird hier genommen bei konstantem äußeren Druck $p = 1$ Atm. Es ist aber:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v + \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T \left(\frac{dv}{dT}\right)_p$$

oder indem man nach der Grundgleichung (1)

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v = \frac{R}{v-b}, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T = -\frac{RT}{(v-b)^2}$$

bildet, wird

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_p = \frac{RT}{v-b} \left\{ \frac{1}{T} - \frac{1}{v-b} \left(\frac{dv}{dT}\right)_p \right\},$$

und daraus geht hervor, daß es für eine jede Flüssigkeit eine bestimmte Temperatur gibt, bestimmt durch

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{v-b} \left(\frac{dv}{dT}\right)_p,$$

bei der der Normaldruck ein Maximum haben muß.¹⁾

1) Theoretisch wäre es richtiger, als „Normaldruck“ den Binnendruck unter dem Sättigungsdruck zu bezeichnen, also auch

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{p=p_s} \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{p=p_s}$$

zu bilden. Bei niederen Temperaturen kann der Unterschied vernachlässigt werden.

Bei Wasser ist bei 100°C . die Ausdehnung pro Gramm $0,00078\text{ cm}^3$; mit $\tau_1 = 1,0434$ und $b_1 = 0,7487$ ergibt sich

$$-\frac{1}{v-b} \left(\frac{dv}{dT} \right)_p = 0,00265,$$

während $\frac{1}{T} = 0,00268$ ist. Also fordert die Grundgleichung das Eintreten eines maximalen Normaldruckes und mit dem aus der Kompressibilität ermittelten Kovolumen findet es sich bei 100°C . Bei Alkohol und Äther, deren kritische Temperaturen ja viel niedriger liegen als die des Wassers, ist man zwischen 0° und dem Siedepunkt in einem Temperaturgebiet, welches schon hinter der Temperatur des maximalen Normaldruckes liegt und daher nimmt bei diesen Substanzen der Normaldruck mit steigender Temperatur ab und muß schließlich dem kritischen Druck gleich werden.

Damit ist auch aus der Temperaturänderung des Normaldruckes eine starke Stütze für die Annahme eines konstanten Kollisionsvolumens für jede Flüssigkeit innerhalb der angegebenen Grenzen gewonnen.

In der vorstehenden Arbeit habe ich mich darauf beschränkt, durch eine empirische Näherungsberechnung die Anwendbarkeit der van der Waalsschen Binnendruckgleichung auf Flüssigkeiten zu prüfen, ohne für die beiden van der Waalsschen Größen π und b auf Grund theoretischer Betrachtungen Annahmen einzuführen. Über diese beiden Größen besteht ja eine sehr ausgedehnte Literatur, die es aber doch nicht ermöglicht, zu entscheiden, ob und wie sich die Größe b mit dem Volumen in den dichteren Zuständen der Materie ändert, noch auch, ob der Kohäsionsdruck π eine von der Temperatur unabhängige auf der Massenanziehung der Molekeln allein beruhende mechanische Größe ist.

Bei dieser Sachlage schien es mir von Wichtigkeit auf Grund mechanisch unanfechtbaren Grundanschauungen durch die vorgelegten Berechnungen das Tatsächliche aus den Beobachtungen an Flüssigkeiten herauszuschälen, was letzten Endes jede theoretische Bearbeitung des Problems erfüllen muß.

Daß man innerhalb eines weiten Bereiches von Druck und Temperatur im flüssigen Zustand der reinen Flüssigkeiten

auf eine konstante Größe der Volumenkorrektur geführt wird, daß diese selbe Größe auch in allen Lösungen wiederkehrt, in denen keine molekularen Umlagerungen stattfinden, daß damit die merkwürdigen beim Lösungsvorgang auftretenden Volumenänderungen eine durchsichtige Deutung erfahren, daß der Kohäsionsdruck damit in seiner Größe und Abhängigkeit von Volumen und Temperatur bestimmt ist, halte ich für mechanisch gesicherte Tatsachen. Die weitere Beobachtung, daß ein Zusammenhang zwischen dem optischen Refraktionsvolumen und der kinetischen Größe des Kollisionsvolumen besteht, ist zwar nicht gesichert, aber doch mit den mechanischen Grundanschauungen so im Einklang, daß eine Verbindung zwischen den optischen und kinetischen Vorgängen verfolgbare erscheint.

Kiel, Physik. Institut der Universität, 15. April 1923.

(Eingegangen 18. April 1923.)

2. Die Massenbewegung des Wassers bei Unterwasserexplosionen; von Carl Ramsauer.

Jede Unterwasserexplosion ruft eine doppelte Wirkung hervor. Der plötzlich entstandene Überdruck überträgt sich auf die angrenzende Wasserschicht, diese gibt ihn weiter an die folgende Schicht und so fort, d. h. es entsteht eine Druckwelle, die sich mit einer der Kompressibilität des Wassers entsprechenden Geschwindigkeit in immer größeren Kugelschalen nach außen hin ausbreitet. Gleichzeitig setzt eine zweite Erscheinung, die eigentliche Volumenausdehnung der Gasmasse, ein. Die stark zusammengepreßten Gase schieben die umgebenden Wassermassen vor sich her, bis ihr Druck sich durch Volumvermehrung und Abkühlung auf den Betrag des Außendruckes vermindert hat und bis ferner der während dieses Prozesses in den Wassermassen angesammelte Betrag an kinetischer Energie in einer weiteren Trägheitsbewegung gegen den äußeren Überdruck verbraucht ist. Man hat es also mit zwei verschiedenen Erscheinungen, einer Druckwellenbewegung und einer Massenbewegung, zu tun, wobei allerdings die erste Bewegung der innersten Wasserschicht beiden Erscheinungen angehört.

Die folgende Arbeit stellt sich die Aufgabe, diese Massenbewegung des Wassers bei Unterwasserexplosionen nach Ausdehnung und Geschwindigkeit experimentell und theoretisch¹⁾ zu untersuchen.

I. Die Ausdehnung der Wasserbewegung.

Die Verwendung mechanischer Einrichtungen in der Nähe des Sprengzentrums muß ganz vermieden werden, da sich die

1) Bei der Aufstellung der Theorie und bei der Verarbeitung des Versuchamaterials ist mir Herr cand. phys. E. Brüche sehr behilflich gewesen, wofür ich auch an dieser Stelle meinen besten Dank aussprechen möchte.

Bedingungen schnellster Reaktionsfähigkeit und größter Widerstandskraft nicht verbinden lassen. Diese Überlegung führte schließlich zu folgender Methode, bei welcher in der Nähe des Sprengzentrums nur unbewegliche, rein elektrisch wirkende Sonden benutzt zu werden brauchen.

Prinzip der Methode (Fig. 1). Der Strom der Batterie *B* durchfließt die Windungen des Elektromagneten *M*, gelangt zu der isolierten Stahlstange *S* und tritt aus der blanken Spitze

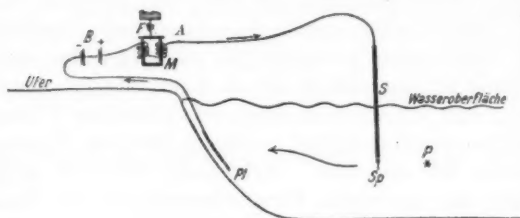


Fig. 1.

dieser Stange *Sp* in das umgebende Wasser über; die blanke Platte *Pl* nimmt die Stromfäden wieder auf und führt den Strom zur Batterie zurück.

Solange dieser Strom andauert, magnetisiert er *M* und hält den Anker *A* trotz des Gegenzuges der Feder *F* angezogen. Bringt man jetzt die Sprengpatrone *P* zur Detonation, so treiben die Sprenggase das Wasser nach allen Seiten vor sich her und bilden einen wasserfreien Raum von bestimmter Größe. Überschreitet hierbei die Gasblase die Spitze *Sp*, so reißt der Anker *A* los, erreicht sie dieselbe nicht, so bleibt der Anker haften. Man kann also den unteren Grenzwert des Gasblasenradius bestimmen, wenn man der Sprengpatrone eine Reihe von solchen Sonden mit je einem Magneten in verschiedenen Abständen unter Wasser gegenüberstellt und aus dem Losreißen bezüglich Haftenbleiben der zugehörigen Magnetanker abliest, welche Sonde als äußerste von der Gasblase überschritten worden ist. Ist auf diese Weise der ungefähre Wert des Radius festgestellt, so kann man die Einzelsonden auf einen kleineren Bereich zusammendrängen und die Größe des Gasblasenradius in engere Grenzen einschließen.

Die praktische Ausführung der Methode (Fig. 2). Zum Aufbau der ganzen Anordnung dient ein Rahmen R aus Winkeleisen (etwa 6 m lang, hier nur schematisch gezeichnet), welcher an starken Ketten KK durch einen kleinen Kran über Bord geschwenkt und auf beliebige Tiefe unter Wasser eingetaucht werden kann (Gesamtwassertiefe etwa 12 m). In der Mitte schwebt die Sprengmasse P — in der Regel 2120 g nasse Schießbaumwolle mit 16 Proz. Wassergehalt + 80 g trockene Schießbaumwolle in einer zylindrischen Messingbüchse von 16,0 cm Höhe, 11,2 cm Durchmesser und 0,15 cm

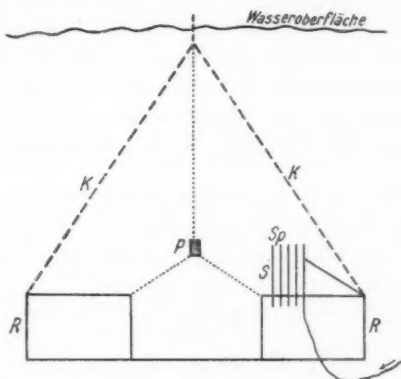


Fig. 2.

Wandstärke — an dünnen Schnüren, wie die Spinne in ihrem Netz. Beiderseits von P sind je 5 Sonden, nämlich 1,3 cm starke bis auf die Spitzen Sp mit Gummi isolierte Stahlstangen in Zwischenabständen von je 10—15 cm angebracht. Die Einzelsonden sitzen, mit ihrer blanken Spitze 60 cm oberhalb des Rahmens, in starken Haltemuffen, welche auf dem Rahmen verschoben werden können, und sind gegen Verbiegung nach rückwärts versteift (vgl. die Sonde rechts). Von oben gesehen, sind die Sonden seitlich gegeneinander derart verschoben, daß sie sich, von P aus gesehen, nicht decken. Jede Sonde ist mit einem Magneten verbunden (das Zuführungskabel ist bei der Sonde rechts angedeutet). Die Magnete befinden sich am Land in einigen hundert Metern Entfernung von der Sprengstelle

und sind gegenüber der Detonation erschütterungsfrei an langen Gummischnüren aufgehängt. Von der Batterie aus gehen zehn selbständige, in sich regulierbare Einzelleitungen durch je einen Magneten und je eine besondere Kabelader zu je einer Sonde. Von den Sonden gehen die Einzelströme durch das Seewasser zu der Kathode, welche jedoch nicht als eine Platte am Ufer, sondern in verschiedenen Flächenstücken auf der Außenisolation der Sondenstangen angebracht ist (die Gründe hierfür vgl. weiter unten), und von hier in gemeinsamer Leitung zur Batterie zurück.

Bei der Vertikalmessung nach unten werden etwas anders geformte Sonden unterhalb der Patrone auf der untersten Rahmenschiene befestigt, und zwar wieder so, daß sie sich gegenseitig nicht decken. Die hierdurch entstehenden geringen Winkelabweichungen der Verbindungslinie zwischen Patrone und Sonde von der Vertikalen werden besonders in Rechnung gesetzt.

Fehlerquellen und Vorsichtsmaßregeln. In bezug auf das Verhalten der Magnete ergeben sich zwei Fragen: a) Ist die Sonde eines nicht losgerissenen Magnetankers nicht trotzdem von der Gasblase überschritten worden? b) Ist die Sonde eines losgerissenen Magneten auch wirklich von der Gasblase überschritten worden?

Zu a). Reguliert man die Magnetanker (grob durch Messinganschlagschrauben, feiner durch Federspannung) so weit, daß sie bei einem Strome von 0,30 Weber (± 5 Proz.) abreißen, und benutzt man Ströme pro Magnet von 0,45 Weber (vgl. zu b), so ergibt sich bei plötzlicher Unterbrechung des Stromes eine nachträgliche Haltezeit von rund 0,001 Sek., wie durch besondere Messungen mit einem Pendelunterbrecher festgestellt wurde. Setzt man die Geschwindigkeit der Gasblasengrenze bei Überschreitung der Sonde zu 5 m/sec an (dieser Wert ist nach der Geschwindigkeitstabelle, S. 275, tatsächlich schon bei 10 cm Abstand von der Maximalgrenze unterschritten!), so folgt daraus, daß der Anker sicher abreißen muß, wenn die zugehörige Sonde auch nur um 0,5 cm von der Gasblasengrenze überschritten wird, da dies wesentlich mehr als 0,001 Sek. Stromlosigkeit bedeutet. Diese Rechnung hat noch eine Lücke: Werden nämlich durch die Gasblase z. B. die P zunächst ge-

legen drei Sonden ausgeschaltet, so wächst die Stromstärke für die übrigen Sonden erheblich und damit auch die Haltezeit, falls die Stromrückleitung durch eine einzige Kathodenplatte am Ufer vermittelt wird. Dies Wachsen der Ströme läßt sich aber vermeiden, wenn man die gemeinsame Kathode aller Ströme in Einzelstücken auf den isolierten Außenhüllen der Sonden in der Nähe der blanken Spitzen anbringt, so daß mit dem Überschreiten einer Sonde auch jedesmal ein Teil der Kathode ausgeschaltet und damit der Strom wieder geschwächt wird. Nimmt man die Kathodenflächen von Sonde 1–5 fortschreitend immer kleiner, so kann man beim Ausprobieren sogar völlige Konstanz der Ströme für die noch nicht von der Gasblase erreichten Sonden erzielen. Bei Beachtung dieser Vorsichtsmaßregeln liegt demnach der zu erwartende Fehler unter 0,5 cm.

Zu b). Die bloße Annäherung der Gasblasengrenze an die Sonde bedingt schon eine Stromschwächung. Es könnte daher sein, daß der Anker abreißt, *ohne* daß die Sonde von der Gasblasengrenze erreicht ist. Dies läßt sich aber leicht experimentell kontrollieren. Wählt man den Ankerstrom zu 0,45 Weber, d. h. 50 Proz. oberhalb des Abreißstromes, so kann man bei Senkrechtstellung des Rahmens die Sonde von unten her langsam an die Wasseroberfläche heranzuführen, wobei die Luftmasse über dem Wasser sozusagen die Gasblase vertritt und die Sonde sich statt der Gasblase bewegt. Der Anker bleibt dann mit Sicherheit noch haften, wenn der Abstand zwischen Sondenoberfläche und Wasseroberfläche auf 0,5 cm gesunken ist.

Insgesamt ergibt sich also, daß bei Beachtung entsprechender Vorsichtsmaßregeln die Grundüberlegung der Methode so weit zutrifft, daß das Losreißen des Ankers jedenfalls bei Überschreitung der Sonde um 0,5 cm und das Haftbleiben bis zur Annäherung auf 0,5 cm gesichert ist. Nimmt man hierzu noch den eigenen Durchmesser der Sonde, so ergibt sich, daß der gesamte Unsicherheitsbereich unter 2,5 cm bleibt.

Hierzu kommen noch die Unsicherheiten durch die Bewegung der Sonden zum Rahmen und durch die Bewegung des ganzen Rahmens zum Patronenort infolge der Detonation. Bei der Messung in horizontaler Richtung bleibt die Bewegung

der Sonden, wie durch die Reckung von Kupferdrähten festgestellt wurde, wesentlich unter 2 cm, die eventuelle Bewegung des Rahmens gleicht sich durch das beiderseitige Anbringen der Sondengruppen aus. Bei der Messung in vertikaler Richtung nach unten war überhaupt keine Bewegung der mechanisch günstiger orientierten Sonden nachweisbar. Die Bewegung des Rahmens entzieht sich dagegen der Messung, kann aber bei der großen Masse des Rahmens und der Stärke der Halteketten, sowie bei der guten Übereinstimmung der Vertikalmessung mit der Horizontalmessung nur geringfügig sein. Dem Sinne nach wirkt dieser Fehler so, daß er den Gasblasenradius zu klein erscheinen läßt.

Versuchsbeispiel. 2120 g nasse + 80 g trockene Schießbaumwolle in Messingkapsel von 16,0 cm Höhe, 11,2 cm Durchmesser und 0,15 cm Wandstärke in 900 cm Wassertiefe. Sondenabstände von Patronenmitte:

links	1) 135;	2) 145;	3) 159;	4) 170;	5) 183 cm
rechts	6) 138;	7) 152;	8) 161;	9) 180;	10) 187 "

Ergebnis: Die Magnetanker zu 1 und 2, sowie zu 6 und 7 sind abgerissen. Also liegt der Gasblasenradius zwischen 145 und 159 cm bzw. 152 und 161 cm.

Zwei weitere Versuche unter den gleichen Bedingungen ergeben links 145/156 cm, rechts 154/165 cm, bzw. links 143/156 cm, rechts 156/167 cm. Hieraus folgt als Mittel aller unteren Grenzen 149 cm, und als Mittel aller oberen Grenzen 161 cm. Dies gibt als Mittelwert 155 cm, eine Zahl, welche übrigens mit keinem der Einzelresultate in Widerspruch steht.

Die Versuchsergebnisse. In dieser Weise wurden bei jeder Versuchsanordnung 3—5 Versuche gemacht und zu einem Mittel zusammengefaßt. Die Form der Patrone ist dabei in der Regel zylindrisch von 11,2 cm Durchmesser und einer der betreffenden Sprengstoffmenge angepaßten Höhe, bei 0,15 cm Messingwandstärke. Die Lage der Patrone ist bei den Horizontalmessungen in der Regel vertikal in bezug auf die Zylinderachse, bei den Vertikalmessungen horizontal. Alle Abmessungen rechnen von der Patronenmitte. Als Sprengstoff wird in der

Regel nasse Schießbaumwolle verwandt, die angegebenen Sprengstoffmengen sind aber auf trockene Substanz umgerechnet. Alle Ausnahmen sind besonders vermerkt.

Tabelle I.
Horizontalmessungen.

Lfd. Nr.	Versuchsbedingungen		Versuchsergebnisse		Bemerkungen
	Sprengtiefe	Sprengstoffmenge	Grenzwerte	Mittelwert	
1	200 cm	1910 g	179/192 cm	185 cm	
2	300 „	1910 „	175/188 „	181 „	
3	600 „	1910 „	165/176 „	170 „	
4	900 „	1910 „	149/161 „	155 „	
5	300 „	910 „	135/147 „	141 „	
6	300 „	455 „	108/119 „	113 „	
7	300 „	1910 „	176/188 „	182 „	{ Patrone liegt horizontal.
8	300 „	1070 „	142/155 „	148 „	{ Patronenquerschnitt quadratisch; Messung senkrecht zur Quadratfläche; Wandstärke 1 mm.
9	300 „	1070 „	146/159 „	152 „	{ Wie Nr. 8; jedoch Messung in Richtung der Quadratdiagonalen.
10	300 „	1910 „	177/190 „	183 „	{ Die ganze Sprengmasse besteht aus trockener Schießbaumwolle.
11	300 „	910 „	124/136 „	130 „	{ Oberhalb des Sprengstoffs ein gleich großer Luftraum.
12 ¹⁾	300 „	910 „	a) 130/142 b) 123/140	136 134	{ Neben dem Sprengstoff, in Richtung auf die eine Sonden- seite, ein gleich großer Luftraum.

1) a) Sondenmessung in Richtung des Sprengstoffs, b) Sondenmessung in Richtung des Luftraumes.

Tabelle II.
Vertikalmessungen.

Lfd. Nr.	Versuchsbedingungen		Versuchsergebnisse		Bemerkungen
	Sprengtiefe	Sprengstoffmenge	Grenzwerte	Mittelwert ¹⁾	
1	300 cm	1910 g	160/174 cm	166 cm	
2	600 "	1910 "	145/156 "	149 "	
3	800 "	1910 "	142/153 "	146 "	
4	300 "	910 "	120/133 "	125 "	
5	300 "	470 "	92/106 "	98 "	

Schlußfolgerungen. In folgendem werden nicht die unmittelbar gefundenen Grenzwerte der Wasserbewegung, sondern die aus ihnen berechneten Mittelwerte verwandt. Diese sind in jedem Einzelfalle um die halbe Intervallbreite unsicher, doch ist dieser Fehler beim Gesamtmittel wesentlich geringer, da die Intervalle sich von Versuch zu Versuch etwas verschieben.

Nach der Tab. I, welche in der Hauptsache benutzt werden soll, ist die Ausdehnung der Gasblase in erster Linie bedingt durch die Sprengstoffmenge an trockner Substanz und durch die Sprengtiefe, und zwar wird dieser Zusammenhang durch folgende empirisch gefundene Formel wiedergegeben:

$$r_{\max.} = 159,3 \sqrt[3]{\frac{M}{P}} \text{ cm,}$$

wo $r_{\max.}$ die maximale Ausdehnung der Wasserbewegung, M die Sprengstoffmenge in Gramm an trockner Substanz und P den Gesamtdruck = äußerer Luftdruck + Wasserdruck in g/cm^2 bedeutet; die Zahlenkonstante ist aus der Gesamtheit der Versuche berechnet. Wie unerwartet genau sich diese Formel den Versuchen 1—10 anschließt, zeigt nachfolgende Tab. III.

Aus dieser vollständigen Wiedergabe der Versuchswerte durch die beiden Größen M und P geht andererseits hervor, daß die sonstigen Versuchsbedingungen keinen merklichen Einfluß besitzen. Es sind dies: Form der Patrone (gleicher kreisförmiger Querschnitt bei verschiedener Länge, quadratischer Querschnitt), Lage der Patrone (vertikal, horizontal, ver-

1) Korrigiert auf genaue Vertikalrichtung.

Tabelle III.

Lfd. Nr.	M g	P g/cm ²	Konstante	$r_{\text{ber.}}$	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{ber.}} - r_{\text{beob.}}$
1	1910	1200	158,5	186,0	185	+ 1,0
2	1910	1300	159,3	181,1	181	+ 0,1
3	1910	1600	160,3	169,0	170	- 1,0
4	1910	1900	154,8	159,6	155	+ 4,6
5	910	1300	158,7	141,4	141	+ 0,4
6	455	1300	160,2	112,3	113	- 0,7
7	1910	1300	160,2	181,1	182	- 0,9
8	1070	1300	157,8	149,3	148	+ 1,3
9	1070	1300	162,1	149,3	152	- 2,7
10	1910	1300	161,0	181,1	183	- 1,9
			Mittel: 159,3			

schiedene Orientierung der quadratischen Querschnitte), Wandstärke (1,5 mm, 1,0 mm, außerdem besondere, hier nicht aufgeführte Vergleichsversuche von 0,0 mm und 2,0 mm), Wassergehalt (im allgemeinen 16 Proz. der Hauptladung, bei Nr. 10 nur trockene Schießbaumwolle). Nur ein Luftraum neben dem Sprengstoff innerhalb der Patrone bleibt nicht ohne Wirkung und zwar verringert er $r_{\text{max.}}$ um einige Prozente, ohne daß die Lage des Luftraumes zu der Meßrichtung einen wesentlichen Einfluß hat (Nr. 11 und 12).

Die Ausdehnung der Wasserbewegung nach unten in Tab. II ist durchweg um reichlich 10 Proz. kleiner als für die Horizontalmessung. Dieser Unterschied liegt in dem zu erwartenden Sinne, da ja der Gesamtdruck nach unten hin wächst. Genauere Einzelheiten lassen sich aus dem Versuchsmaterial nicht schließen, da die Vertikalmessungen infolge der unkontrollierbaren Rahmenbewegung (vgl. S. 270) wesentlich geringere Genauigkeit haben als die Horizontalmessungen.

II. Die Geschwindigkeit der Wasserbewegung.

Die Meßmethode. Die obige Methode eignet sich fast unmittelbar auch für die Geschwindigkeitsmessung, indem man den Zeitabstand zwischen der Stromunterbrechung an einer Sonde und der nächsten Sonde bestimmt. Benutzt man hierfür den bekannten von der Firma Hahn-Kassel hergestellten Flugzeitenmesser, bei welchem im Moment der Stromunterbrechung ein Anker von einem Elektromagneten fallen gelassen wird, so kann man die schon gewonnenen Erfahrungen

über das Funktionieren der Sonden im Wasser fast vollständig verwerten, indem man die Kontrollen mit einem Helmholtz'schen Pendelunterbrecher ausführt. Auf die Einzelheiten dieser an sich bekannten Zeitmeßmethode, sowie auf die verschiedenen Fehlermöglichkeiten und Vorsichtsmaßregeln soll hier nicht näher eingegangen werden; die unvermeidlich gebliebenen Fehler bleiben unter ± 10 Proz. mit Ausnahme des Messungsbereichs zunächst der Patrone, für welchen schätzungsweise bis ± 20 Proz. anzusetzen sind. Diese verhältnismäßig hohen Fehler liegen in der Schwierigkeit und Neuheit der ganzen Methode, bleiben aber auf das Hauptergebnis ohne bestimmenden Einfluß.

Bei größerer Entfernung als 100 cm genügt die Anbringung zweier Sonden der bisherigen Art. Unterhalb 100 cm wird eine Stange von 1,6 cm Durchmesser, welche bis auf die blanke Endfläche isoliert ist, der Sprengpatrone *radial* in sehr fester Montierung gegenübergestellt. Unterhalb 35 cm versagt auch diese Einrichtung, da die Detonation alles zerstört. Man gewinnt aber eine letzte Meßstelle unmittelbar an der Patronenwand, indem man ein Stück Kork mit einer kleinen, Quecksilber enthaltenden Höhlung an der Patrone festbindet und in das Quecksilber die äußersten Spitzen von zwei sonst vollständig isolierten Drähten taucht. Bei der geringsten Bewegung der Patronenwand wird dieser Kontakt unterbrochen, wobei die nachträgliche Zerfetzung der Drähte ohne Einfluß bleibt.

Versuchsergebnisse. Die einzelnen Werte sind in folgenden beiden Tabellen zusammengestellt, wobei jeder Wert das Mittel aus 3—5 Versuchen darstellt.

Aus den Daten der Tab. IV. läßt sich die Geschwindigkeit der Wasserbewegung, genauer gesagt die Geschwindigkeit der Gasblasengrenze, als Funktion der Entfernung von der Patronenmitte auf graphischem Wege bestimmen. Man zeichnet zu diesem Zwecke zunächst die Kurve der Gesamtzeiten, indem man die Entfernung von der Patronenmitte als Abszisse x und die zugehörige Gesamtzeit als Ordinate y aufträgt, wobei an den Stellen, wo die Grenzen der benutzten Intervalle nicht genau aneinander stoßen, kleine Interpolationen notwendig sind. Nachdem man dann die so erhaltene Kurve

Tabelle IV.

Die Wassergeschwindigkeit als Funktion der Entfernung.
(1610 g bezogen auf trockene Schießbaumwolle; 500 cm Wassertiefe; alle Entfernungen von der Patronenwand gerechnet)

Lfd. Nr.	Entfernungsbereich in cm	Zwischenzeit in sec/10 000
1	0—34,8	32
2	0—54,8	79
3	0—74,3	159
4	0—94,5	236
5	94,2—113,3	106
6	114,7—134,4	215
7 ¹⁾	94,4—135,0	344

Tabelle V.

Die Wassergeschwindigkeit als Funktion der Sprengtiefe.
(1610 g bezogen auf trockene Schießbaumwolle. Entfernungsbereich
rund 95—115 cm von der Patronenwand gerechnet)

Lfd. Nr.	Sprengtiefe in cm	Entfernungsbereich in cm	Zwischenzeit in sec/10 000
1	300	94,2—113,5 = 19,3	96
2	500	94,2—113,3 = 19,1	106
3	800	94,2—113,9 = 19,7	138

graphisch innerhalb der oben angegebenen Fehlergrenzen stetig ausgeglichen hat, erhält man aus ihr die Geschwindigkeit $C_x = \frac{\Delta x}{\Delta y}$ als Funktion von x . Die folgende Tabelle enthält einen Auszug aus den gewonnenen Werten:

x cm	20	30	40	50	60	80	100	120	140	163
C_x m/sec (120)	(86)	63	50	40	28	19	12,5	7,5	0,0	

Der letzte Wert ist der vorhergehenden Untersuchung über die Maximalausdehnung, für welche natürlich $C_x = 0$ wird, entnommen; er fügt sich sehr gut in die Folge der Geschwindigkeiten ein, wie man besonders bei graphischer Darstellung von C_x als Funktion von x sieht. Die zu $x = 20$ cm und

1) 7 ist ein Kontrollversuch zu 5 und 6. Addiert man die Zwischenzeiten für 5 und 6 und korrigiert so, daß 5 und 6 der gleichen Gesamtstrecke wie 7 entspricht, so erhält man für 5 und 6 die Zeit 335 gegenüber 344 bei 7, d. h. 3 Proz. Differenz.

$x = 30$ cm gehörigen Werte werden nicht mehr unmittelbar durch die Versuche gestützt, sondern sind unter der an sich unsicheren Annahme eines stetigen Anfangsverlaufs der Gesamtzeitkurve berechnet (vgl. die nähere Kennzeichnung dieser Extrapolation auf S. 281). Ein kleiner Teil dieser Unsicherheit haftet auch noch dem zu $x = 40$ cm gehörigen Werte an, während die Werte oberhalb dieser Stelle als prinzipiell gesichert gelten müssen. Sie sind natürlich mit den entsprechenden Fehlern behaftet, wie die zugrunde liegenden Messungen der Gesamtzeiten, wobei aber die Fehlergrenzen durch den graphischen Ausgleich merklich herabgedrückt sind.

III. Die idealisierte Theorie der Erscheinung.

Zunächst werde ein Gedankenexperiment behandelt, welches das in energetischer Beziehung Wesentliche des wirklichen Versuches in vereinfachter Form hervortreten läßt.

Gegeben sei ein langes, an seinem Ende durch einen Boden abgeschlossenes zylindrisches Rohr vom Querschnitt q mit wärmeundurchlässigen Wänden. In diesem Rohr gleite ein Kolben von der Masse M . Dieser Kolben werde anfänglich in einem Abstände x_0 zwischen dem Boden und der inneren Kolbenfläche festgehalten. Das so abgeschlossene Volumen $V_0 = x_0 \cdot q$ sei mit einem Gase vom Druck P_0 gefüllt; die Konstante κ des Gases sei gegeben. Der auf dem Kolben von außen lastende Luftdruck sei P_a . Wird der Kolben freigegeben, so setzt sich die Wärmeenergie des Gases in Arbeit gegen den Außendruck und in lebendige Kraft des Kolbens um. Beträgt bis zum Punkte x die vom Gase abgegebene Energie E_x , die gegen den Außendruck geleistete Arbeit A_x , die von M angenommene Geschwindigkeit C_x und seine lebendige Kraft L_x , so besteht die Gleichung: $E_x = A_x + L_x$,

Darin ist:

$$E_x = \int_{V_0}^{V_x} P_x dV_x = \int_{V_0}^{V_x} \frac{P_0 V_0^\kappa}{V_x^\kappa} dV_x = \frac{P_0 V_0}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{V_0}{V_x} \right)^{\kappa-1} \right];$$

$$A_x = P_a (V_x - V_0);$$

$$L_x = \frac{M}{2} C_x^2;$$

also:
$$\frac{P_0 V_0}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{V_0}{V_x} \right)^{\kappa-1} \right] = P_a (V_x - V_0) + \frac{M}{2} C_x^2.$$

Setzt man bestimmte Zahlenwerte ein ($P_0 = 100$ Atm., $V_0 = 2000$ cm³, $q = 100$ cm³, $x_0 = 20$ cm, $P_a = 1,5$ Atm., $\alpha = 1,67$), so erhält man unmittelbar E_x sowie A_x und mittelbar $L_x = E_x - A_x$ als Funktion von x . Auf diese Weise ergeben sich in Fig. 3 die ausgezogene E_x -Kurve, die gestrichelte

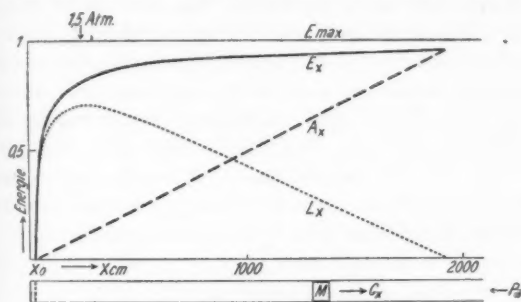


Fig. 3.

A_x -Kurve und die punktierte L_x -Kurve. L_x steigt steil an, erreicht ein Maximum für $P_x = 1,5$ Atm., da M nur bis hierhin Geschwindigkeitssteigerungen erfahren kann, und sinkt dann auf Null, indem die Masse M in jedem Punkte ihres Weges den Überdruck $P_a - P_x$ überwinden und schließlich zur Ruhe kommen muß. E_x würde mit beliebig wachsendem x der Asymptote $E_{\max.} = \frac{P_0 V_0}{\alpha - 1}$ zustreben, welche der gesamten im Gase enthaltenen Energie entspricht, muß aber an der Stelle abbrechen, wo M zur Ruhe kommt. Von diesem Punkte an kehrt sich die Geschwindigkeit um, und die uns nicht weiter interessierende Rückschwingung beginnt. Der Verlauf des ganzen Vorgangs ist hierbei natürlich als ideal angenommen; Reibung, Verdichtungen in der äußeren Luftsäule usw. werden nicht berücksichtigt.

Dieses Schema läßt sich nun leicht auf den wirklichen Vorgang übertragen, bei welchem ja ebenfalls ein komprimiertes Gasvolumen von einem bestimmten Moment an gegenüber einem Außendruck und einer trägen Masse zu wirken beginnt. Hierbei werde die Wirklichkeit zunächst idealisiert, indem Inkompressibilität, unendliche Ausdehnung des Wassers, allseitig

konstanter Druck und Adiabatie der Gasausdehnung vorausgesetzt werden. Man kann dann die Größen E_x , A_x und L_x unmittelbar übernehmen, indem man jetzt den Radius vom Mittelpunkt der Sprengmasse aus mit x bezeichnet. Die Formel für E_x und für A_x bleibt die gleiche, die Formel für L_x dagegen kompliziert sich wesentlich, da jetzt nicht mehr eine bestimmte Masse mit bestimmter Geschwindigkeit, sondern die unendliche Wassermasse mit allmählich nach außen abnehmender Geschwindigkeit in Rechnung zu setzen ist. Bezeichnet man mit ξ den Radius einer beliebig aus der bewegten Wassermasse herausgegriffenen Hohlkugel, während x entsprechend dem ersten Schema den Radius der entstandenen Gasblase oder mit anderen Worten die Entfernung der innersten Wasserschicht vom Mittelpunkt der Sprengmasse aus bedeutet, so ist (Dichte des Wassers = 1 g/cm^3):

$$dL_\xi = \frac{1}{2} \cdot 4\pi \xi^2 d\xi \cdot C_\xi^2.$$

C_ξ , die Geschwindigkeit der betrachteten Wasserschicht, läßt sich wegen der Inkompressibilität des Wassers leicht auf C_x , die Geschwindigkeit der innersten Wasserschicht, zurückführen, indem die innerhalb der gleichen Zeit Δt verdrängten Wasservolumina einander gleich sein müssen:

$$C_\xi \Delta t 4\pi \xi^2 = C_x \Delta t 4\pi x^2,$$

also:

$$dL_\xi = 2\pi C_x^2 x^4 \frac{d\xi}{\xi^3},$$

$$\int_x^\infty dL_\xi = L_x = 2\pi C_x^2 x^4 \cdot \int_x^\infty \frac{d\xi}{\xi^3},$$

$$L_x = 2\pi C_x^2 x^3 = \frac{3}{2} C_x^2 V_x.$$

Um Irrtümer zu vermeiden, präzisieren wir L_x nochmal: L_x ist die lebendige Kraft der überhaupt in Bewegung gesetzten Wassermassen in dem Augenblick, wo die Gasblasengrenze die Entfernung x von dem Mittelpunkt der Sprengpatrone erreicht hat.

Insgesamt erhält man also:

$$\frac{P_0 V_0}{x-1} \left[1 - \left(\frac{V_0}{V_x} \right)^{x-1} \right] = P_0 (V_x - V_0) + \frac{3}{2} \cdot C_x^2 V_x.$$

Zur Berechnung der drei Kurven E_x , A_x , L_x als Funktion von x muß man die zugehörigen Zahlenwerte einsetzen, wobei

zwecks späterer Vergleichung des Versuches mit der Theorie die Bedingungen des Abschnitts II zugrunde gelegt werden. Der einzig sichere Wert ist hierbei die leicht zu messende Gesamtenergie W des Sprengstoffs, welche in unserem Falle — vom absoluten Nullpunkt an gerechnet — rund 1100 Cal/kg beträgt. Mit Hilfe von W erhält man aus den Mengen und den spezifischen Wärmen der entstehenden Gase, sowie dem Anfangsvolumen V_0 den Anfangsdruck P_0 zu rund 12500 Atm.¹⁾ Als Anfangsvolumen ist hierbei das Sprengstoffvolumen selbst angenommen. Diese Vernachlässigung des Covolumens, das an sich sehr groß ist und für den ersten Augenblick einen außerordentlich viel höheren Wert von P_0 bedingt, ist in unserem Falle zulässig, da das Covolumen bei der Ausdehnung der Gasblase seinen Einfluß fast sofort verliert, so daß also alle weiteren Vorgänge so verlaufen, als ob P_0 der Anfangsdruck und V_0 das Anfangsvolumen gewesen wären.

Mit der Annahme von P_0 ist auch die Größe von κ gegeben, da bei Umrechnung auf gleiche Einheiten $\frac{P_0 \cdot V_0}{\kappa - 1} = W$ sein muß. Das κ ergibt sich nach dieser Formel zu rund 1,2. Dieser Wert ist wesentlich niedriger als der Durchschnittswert von etwa 1,36 der entwickelten Gase bei 0° C, wird aber sofort verständlich, wenn man das sehr starke Anwachsen von c_p für CO₂ und H₂O und das merkliche Anwachsen für CO und N₂, wie es der Berechnung von P_0 zugrunde liegt, mit allen Konsequenzen in Rechnung setzt. Genau genommen dürfte man natürlich nicht mit dem Durchschnittswert von κ rechnen, sondern müßte für jede Phase des Vorganges das zugehörige κ einsetzen. Diese Rechengenauigkeit wäre aber übertrieben, da die ganzen Grundlagen der Berechnung von P_0 und κ für die hohen Temperaturbereiche aus mehrfachen Gründen sehr unsicher werden. Falls man übrigens auf Grund anderer Annahmen, z. B. durch Berücksichtigung einer anfänglichen Dissoziation der Gase, einen anderen Durchschnittswert von κ vorzöge, so würde das am Charakter des ganzen Vor-

1) Über die Berechnungen vgl. Escales, Die Schießbaumwolle (Veit & Comp., Leipzig 1905). Die prozentualen Gewichte der hauptsächlich entwickelten Gase sind N₂ 13 Proz., CO 30 Proz., CO₂ 34 Proz., H₂O 17 Proz., CH₄ 4 Proz.

gangs nichts wesentliches ändern, zumal mit der Vertauschung von x eine entsprechende Vertauschung von P_0 zwangsmäßig verbunden ist, welche den Einfluß der Veränderung von x zum großen Teile wieder aufhebt.

Die noch fehlenden Zahlenwerte sind: der Außendruck $P_a = 1,5$ Atm., entsprechend dem für die Horizontalausdehnung in 5 m Sprengtiefe geltenden Verhältnissen, das Anfangsvolumen $V_0 = 1240$ cm³ entsprechend der Sprengstoffmenge von 1610 g, $x_0 = 6,7$ cm als Radius des als kugelförmig anzunehmenden V_0 und endlich die annähernd berechenbare Anfangstemperatur $T = 3000^\circ$ abs., zur Berechnung der wichtigsten Temperaturpunkte.

Bei Einsetzung aller dieser Zahlenwerte erhält man den Verlauf von E_x , A_x und L_x als Funktion von x , indem man die Volumina durch die zugehörigen Radien ausdrückt. Der Kurvenverlauf entspricht in allen Teilen dem Schema der Fig. 3, nur daß die Kurven infolge der Proportionalität von V_x mit x^3 einen etwas anderen Verlauf nehmen (Fig. 4).

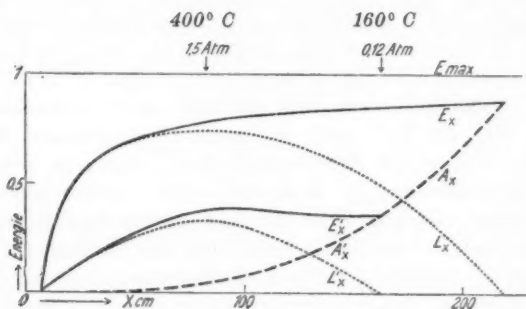


Fig. 4.

IV. Vergleich der Versuchsergebnisse mit der idealisierten Theorie.

Zum Vergleich tragen wir jetzt in dieselbe Figur die Versuchswerte E'_x , A'_x , L'_x ein, wobei nicht wie oben L_x als Differenz $E_x - A_x$, sondern E'_x als Summe der aus den Versuchsergebnissen leicht berechenbaren Kurven $A'_x + L'_x$ gefunden wird. A'_x fällt genau mit A_x zusammen, L'_x muß aus den experi-

mentell gefundenen Geschwindigkeiten C_x und den zugehörigen Radien x nach der Formel $L = 2\pi C_x^2 x^3$ berechnet werden.¹⁾

Die L_x' -Kurve kann hierbei nur von etwa $x = 40$ cm an als experimentell gesichert gelten, die Strecke von 6,7 bis 40 cm ist sozusagen extrapoliert. Diese Extrapolation muß folgendermaßen verstanden werden. Tatsächlich ist die Bewegungsenergie der Wassermassen in unmittelbarer Nähe der Sprengpatrone außerordentlich groß, der Hauptteil der Energie breitet sich aber sofort als Druckwelle mit Schallgeschwindigkeit bzw. Überschallgeschwindigkeit in dem Medium aus. Der Anfang der L_x' -Kurve entspricht daher nur dem Teil der ursprünglichen Gesamtenergie, welcher in der weiteren Wasserbewegung seine stetige Fortsetzung und Vermehrung findet.

Der Vergleich der Versuchsergebnisse mit der idealisierten Theorie führt zu folgenden Ergebnissen:

1. *Der Gesamtverlauf.* Die experimentellen Kurven zeigen im großen und ganzen den gleichen Verlauf wie die theoretischen, nur im verkleinerten Maßstabe. Im einzelnen sind die L_x' - und die E_x' -Kurve in ihrem Anfangsverlauf zu flach; im Endverlauf entspricht L_x' ganz dem Schema, während E_x' statt geringen Anstiegs bei E_x einen leisen Abfall zeigt. Besonders hervorgehoben sei die gleiche Lage der Maxima für L_x' und L_x .

2. *Druck- und Temperaturwerte.* Für die wichtigsten Punkte, nämlich für das Maximum und den Endpunkt der L_x' -Kurve, sind die zugehörigen Drucke und Temperaturen oberhalb des Kurvenbildes eingetragen. Am bemerkenswertesten ist, daß das Maximum der experimentellen L_x' -Kurve mit $P_x = 1,5$ Atm. gut zusammenfällt, d. h. die experimentell bestimmte kinetische Energie der Wassermassen wächst tatsächlich so lange, wie $P_x - P_a > 0$ ist, und nimmt von $P_x - P_a \approx 0$ an wieder ab, genau so, wie es auch ohne ausführliche Theorie durchaus ge-

1) Dieser Ausdruck ist sehr empfindlich gegen Änderungen von C_x ; daher kommt es, daß die Kurve bei Benutzung der C_x -Werte, welche man zunächst bei dem graphischen Ausgleich der Zeitwerte erhält (vgl. S. 274), einzelne Unregelmäßigkeiten zeigt. Diese sind aber nicht reell, da die zu ihrer Beseitigung notwendigen Änderungen der C_x -Werte dem stetigen Verlauf und den Fehlergrenzen der Ausgangskurven nicht widersprechen. Mit anderen Worten: der graphische Ausgleich läßt sich so lange fortsetzen, bis die Zeitkurve, die Geschwindigkeitskurve und die Energiekurve stetig und innerhalb der Beobachtungsfehler verlaufen.

fordert werden muß. Der zweite Druckwert zeigt, daß für das experimentelle Maximalvolumen der Gasblase der Innendruck fast auf Null gesunken ist. Die Temperaturwerte zusammen mit dem Druckverlauf ergeben, daß Kondensation des Wasserdampfes, welcher bei der trockenen Schießbaumwolle etwa 25 Proz. und bei der nassen Schießbaumwolle etwa 40 Proz. des Gesamtvolumens ausmacht, selbst bis zur Maximalausdehnung der Gasmassen nicht zu erwarten ist. Dies ist deswegen von Wichtigkeit, weil die Kondensation des Wasserdampfes Komplikationen im Verlauf der Kurven bedingen würde.

3. *Energetisches.* Die Energie, welche für die gesamte Wasserbewegung verbraucht wird, läßt sich am zuverlässigsten für die Stelle berechnen, wo die Gasblase ihre Maximalausdehnung erreicht hat, da dieser Wert nicht mehr von der Geschwindigkeitsmessung abhängt, sondern durch den ganzen Abschnitt I mit größter Genauigkeit bestimmt ist. Diese Energie beträgt etwa 36 Proz. der Gesamtenergie des Gases, vom absoluten Nullpunkt an gerechnet, und etwa 41 Proz. der Energie, welche im theoretischen Idealfalle für die gesamte Wasserbewegung verbraucht werden würde. Ein Energieverlust von dieser Höhe ist qualitativ durchaus plausibel, da wir ja bei dem idealen Schema von dem Energieverlust durch Druckwellen, durch Reibung und Wärmeabgabe ganz abgesehen haben, die genauere Diskutierung der Kurven führt aber hierüber hinaus zu quantitativen Angaben über die Verwendung dieser

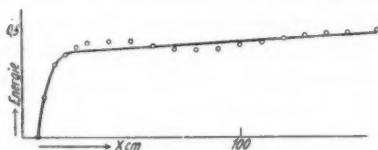


Fig. 5.

Energie. Trägt man die Differenz zwischen E_x und E'_x als Funktion von x auf, so erhält man für den Energieverlust die Kurve der Fig. 5.¹⁾ Danach zerfällt dieser Verlust in zwei

1) Da die Energieverluste mit wachsendem x ständig zunehmen müssen, so können die Schwankungen der experimentellen Kurve (ooo) nicht reell sein. Sie liegen völlig innerhalb der Versuchsfehler und

leicht zu trennende Teile: etwa $\frac{4}{5}$ erfolgen auf der kleinen Strecke bis $x = 20$ cm, der Rest von $\frac{1}{5}$ erfolgt allmählich von $x = 20$ cm bis zur Maximalausdehnung der Gasblase. Die Deutung ist einfach: der Hauptbetrag von $\frac{4}{5}$ ist nichts anderes als die Energie der sich unmittelbar nach der Detonation loslösenden Kompressionswelle, der Restbetrag wird allmählich bei der weiteren Wasserbewegung durch Wärmeabgabe und Reibung verbraucht. Durch die Reibung allein erklärt sich auch der langsame Abfall der E_x' -Kurve, indem die Wirkung der Reibung den zum Schluß nur noch geringen Energiezufluß überkompensiert.

4. *Energiebilanz.* Die gesamte Energie des Sprengstoffes, vom absoluten Nullpunkt an gerechnet, zerlegt sich unter den benutzten Versuchsbedingungen in folgende Teile¹⁾:

- a) für die Massenbewegung des Wassers, d. h. im Endeffekt für die Schaffung eines Hohlraumes gegen den Außendruck 36 Proz.
- b) für die Kompressionswelle 40 „
- c) für Reibung und Wärmeabgabe 10 „
- d) als Energierest der Sprenggase 14 „

V. Zusammenfassung.

1. Es wird eine rein elektrische, von keinen mechanischen Fehlern beeinflusste Methode zur Messung der Wasserbewegung in der Nähe eines Sprengzentrums nach Maximalausdehnung und Geschwindigkeit angegeben und für verschiedene Versuchsbedingungen durchgeführt.

2. Die Maximalausdehnung wird mit großer Genauigkeit durch die empirische Formel

$$r_{\max} = \text{const} \cdot \sqrt[3]{\frac{M}{P}}$$

wiedergegeben, wo M die Masse an trockenem Sprengstoff und P den gesamten Außendruck bedeutet.

würden sich bei genügend weit getriebenem graphischen Ausgleich der ursprünglichen Messungen ganz beseitigen lassen; viel Zweck hat diese große Mühe aber nicht, da der feinere Verlauf der Kurve doch zweifelhaft bleiben würde.

1) Mit dem bekannten thermodynamischen Ökonomiegrad hat die Berechnung selbstverständlich nichts zu tun, da es sich nicht um einen Kreisprozeß, sondern um einen einmaligen Vorgang handelt.

3. Die Theorie der Wasserbewegung wird für ideale Verhältnisse entwickelt, wobei die Ausdrücke für die vom Gase abgegebene Energie, für die gegen den Außendruck geleistete Arbeit und für die von den Wassermassen aufgenommene lebendige Kraft berechnet und graphisch dargestellt werden.

4. Der Vergleich dieser Theorie mit der Erfahrung gibt ein einwandfreies Gesamtbild der Erscheinung und eine sehr gute Bestätigung des einzigen einer unmittelbaren Prüfung zugänglichen Versuchswertes, indem das experimentell gefundene Maximum der lebendigen Kraft an der Stelle liegt, wo der Innendruck der Gase gleich dem äußeren Gesamtdruck wird.

5. Die weitere Diskussion der Versuchsergebnisse ergibt die prozentuale Verteilung der Gesamtenergie des Sprengstoffs auf die Massenbewegung des Wassers bzw. die Arbeit gegen den Außendruck, auf die Kompressionswelle, auf Reibung und Wärmeabgabe, auf den Energierest der Sprenggase.

Danzig, April 1923.

(Eingegangen 26. April 1923.)

3. *Einfluß der Rotation auf die Empfindlichkeit einer absoluten Druckwage;* *von A. Michels.*

Zur Messung von hohem Druck wird jetzt, wie bekannt, nur der sogenannte Amagatkolben gebraucht, es sei, daß man ihm die einfache Gestalt gibt eines einzigen Kolben, es sei, daß man nach Schäffer und Budenberg einem Differentialkolben den Vorzug gibt. Sämtliche Apparate sind beschrieben von G. Klein.¹⁾

Die Größe der Empfindlichkeit wird nun direkt von der Reibung beeinflusst.

Die erste Wage hatte gar keine Vorrichtung um die Reibung zu vermindern. So versuchte u. a. Wiebe durch Klopfen mit einem Holzhammer die Reibung herunterzudrücken. Erst später kam man auf die Gedanken, einmal mit drehen zu versuchen. Dieses lieferte ganz gute Resultate. So gibt u. a. Klein (a. a. O. S. 15) untenstehendes Versuchsergebnis:

Druck in Atm.	Reibung in ‰			
	ohne Klopfen	mit	ohne Rotieren	mit
100	18,1	1,1	20,5	0,2
200	14,7	1,3	13,2	0,1
300	16,1	2,2	12,3	0,3
400	17,9	4,0	17,0	0,5

Holborn²⁾ hat später auch mit gutem Erfolg eine Schränkung gebraucht.

Klein versuchte damals eine theoretische Erklärung von dem Einfluß der Rotation zu geben. Er schreibt (a. a. O. S. 18).

1) G. Klein, Untersuchung und Kritik von Hochdruckmessern. Diss. Berlin 1908. Zeitschr. d. V. d. Ingenieure 1909.

2) L. Holborn, Ann. d. Phys.

Um sich vor Augen zu führen wie die Verhältnisse bei der Reibung liegen, wenn eine Relativbewegung zwischen Dichtung und Kolben stattfindet, denke man sich einen mit Manschetten vollkommen dicht abgeschlossenen Kolben, der in einem Zylinder gleitet und der mit Gewichten belastet ist, welche in der Flüssigkeit des Zylinders einen Druck erzeugen. Der Kolben gleitet langsam abwärts und wurde hierbei durch

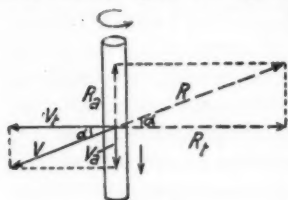


Fig. 1.

eine Vorrichtung in Rotation versetzt. Ein beliebiger Punkt der Kolbenoberfläche hat dann zwei Geschwindigkeiten (Fig. 1) infolge des Heruntergleitens eine Axialgeschwindigkeit v_a und infolge der Drehbewegung eine Tangentialgeschwindigkeit v_t , beide ergeben die resultierende Geschwindigkeit v .

Die dem Druck ausgesetzten Manschetten werden eine Reibung hervorrufen, deren Richtung nach dem Grundgesetz der Reibung der Bewegung stets entgegengesetzt ist. Diese Manschettenreibung R muß also der resultierenden Geschwindigkeit v entgegengesetzt gerichtet sein, also in die Rückwärtsverlängerung derselben fallen. Man kann sie wiederum zerlegen in eine Axial- und Tangentialkomponente. Die Axialkomponente R_a ist allein für die Druckmessung von Bedeutung, da sie eine Zusatzbe- bzw. entlastung der Belastungsgewichte darstellt. Man wird bestrebt sein, sie soweit als möglich zu vermindern. Theoretisch wird sie Null in zwei Fällen.

1. wenn $v_a = 0$,
2. wenn $v_t = \infty$ ist.

In beiden Fällen wird der Winkel, der die Reibung R mit der Horizontalen bildet, 0 und die Axialkomponente verschwindet. Der erste Fall tritt ein, wenn ich absolut dichte Manschetten und absolut dichte Leitungen habe; das ist aber nur selten der Fall, oft wird sich ein geringes Absinken ergeben. Dann kann ich nach dem zweiten Fall die Reibung, wenn auch nicht auf Null, so doch auf sehr geringe Beträge bringen, wenn ich die Umdrehung bzw. Tangentialgeschwindigkeit nur genügend hoch wähle, die Axialgeschwindigkeit

möglichst klein. Letzteres ist leicht möglich: wie die Versuche ergaben, betrug sie bei den drei Instrumenten (welche Klein untersucht) höchstens 0,01 mm/sec gute Wartung vorausgesetzt. Die Tangentialgeschwindigkeit ließ sich bei der Stückrattschen Wage nicht über 200 mm steigern (bei den anderen Instrumenten kann man mit Leichtigkeit auf 800 m/sec kommen). Aus beiden Angaben folgt, daß der

$$\tan \alpha = \frac{0,01}{200} = 0,00005$$

Winkel $\alpha = \sim 1$ Minute also

$$R_a = R \tan \alpha = 0,00005 R,$$

was auf sehr kleine Reibungsbeträge R_a schließen läßt.

Mit dieser Theorie von Klein kann ich gar nicht einverstanden sein. Nach seiner Meinung ist aus

$$R_a = R_t \tan \alpha$$

$$= R_t \frac{v_a}{v_t}$$

zu schließen, daß für $v_t = \infty$ $R_a = 0$ ist.

Dies wäre nur, wenn R konstant ist. Aber im Gegenteil für $v_t = \infty$ ist auch $R_t = \infty$ also

$$R_a = \frac{\infty}{\infty} v_a = \text{unbestimmt.}$$

Überhaupt läßt sich aus dieser Gleichung nicht ableiten, ob eine, und wenn, welche Beziehung zwischen v_t und R_a besteht, da man vorher sich vollständig klar sein mußte über den Zusammenhang zwischen R_t und v_t . Sind diese proportional, dann existiert gar keine Beziehung. Die Funktion nun

$$R_t = f(v_t)$$

läßt sich schwer ableiten, wenn man keinen vollkommenen Einblick hat in das Wesen der Reibung, welche der Kolben in axialer und tangentialer Richtung erfährt.

Noch eigentümlicher mutet diese Erklärung von Klein an, wenn man in Betracht zieht, daß schon Sommerfeld¹⁾ im Jahre 1904 eine Abhandlung über die Reibung, besonders bei geschmierten Lagern geschrieben hat, aus der man ein ganz anderes Bild von dieser Erscheinung bekommt.

1) A. Sommerfeld, Zeitschr. f. Math. u. Physik 1914. Arch. f. Elektrotechnik 1914.

Ausgehend von einer Veröffentlichung von Petroff¹⁾ und Reynold²⁾ trachtete Sommerfeld eine Lösung für folgendes Problem zu finden.

Wenn sich eine horizontale Achse in einem gut geschmierten Lager dreht, erhält man bei geringer Rotationsgeschwindigkeit das Bild einer sogenannten trockenen Reibung; d. i. mit großer Annäherung die gleiche Reibung, welche zwei einander berührende und sich gegeneinander bewegende Flächen erfahren. Sie ist unabhängig von der relativen Geschwindigkeit und nur proportional dem gegenseitigen Druck. Bei großer Rotationsgeschwindigkeit ändert sich das Bild ganz und gar und man bekommt eine Erscheinung wie bei der Reibung in einer Flüssigkeitsströmung, d. h. die Reibung wird unabhängig vom Druck, aber proportional der relativen Geschwindigkeit.

Sommerfeld erklärt nun diese Erscheinung mit der Annahme, daß Lager und Achse bei großer Rotationsgeschwindigkeit sich nicht direkt berühren, sondern sich stets zwischen beiden eine dünne Ölschicht befindet.

Nehmen wir mit Sommerfeld an, eine Achse habe in ihrem Lager eine exzentrische Lage, wie in Fig. 2 gezeigt ist; die Drehung finde in der angegebenen Richtung statt. Um die Frage zu vereinfachen, vernachlässigen wir die parallel der Achse auftretenden Flüssigkeitsströmungen.

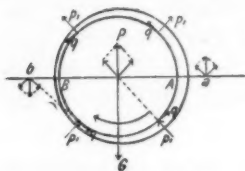


Fig. 2.

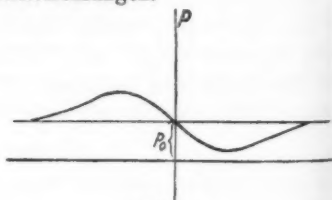


Fig. 3.

Sommerfeld beweist nun, daß in der Ölschicht verschiedene Drucke auftreten, die man sich folgendermaßen vorstellen kann. Oberhalb der durch den Mittelpunkt von Lager und Achse gehenden Linie *ab*

$$\begin{array}{l} \text{durch} \quad p_0 - p_1, \\ \text{unterhalb} \quad \text{durch} \quad p_0 + p_1. \end{array}$$

1) Petroff, Neue Theorie der Reibung, Hamburg 1886.

2) O. Reynold, Phil. Transakt. London 1886.

Von den obenstehenden Werten ist p in der Ölschicht überall konstant, während p_1 sich ändert, doch in dem Sinne, daß es in zwei bezüglich ab symmetrisch gelegenen Punkten die gleichen Werte hat. In A und B ist p_1 gleich Null, dazwischen erreicht es ein Maximum.

Die graphische Darstellung von p_1 ist in Fig. 3 gegeben. Durch ein Steigen der Rotationsgeschwindigkeit, wie durch Erhöhung der Exzentrizität und der Viskosität steigt das Maximum von p_1 und verschiebt sich gleichzeitig gegen den Punkt der dichtesten Berührung (B), um im Grenzfalle unendlich zu werden und mit B zusammenzufallen.

Fragen wir uns nun, welchen Einfluß dieser Druck auf die Achse ausübt, dann fällt sofort p_0 weg, da seine Resultierende gleich Null ist. Die Kraft p_1 tritt oberhalb von ab als eine Zug- und unterhalb als eine Druckkraft auf. Es muß also eine nach oben gerichtete Resultierende entstehen. Außer dem Druck wirkt noch eine Flüssigkeitsreibung q (Fig. 2). Dieser Wert ist auch nicht überall gleich groß.

Die Resultierende aller dieser Kräfte wurde durch Sommerfeld berechnet. Er bekommt eine nach oben gerichtete, im Mittelpunkt der Achse angreifende und auf ab senkrecht stehende Kraft P .

Diese Kraft nun steigt mit der Viskosität, der Umdrehungsgeschwindigkeit und Exzentrizität und sie ist es, welche die Achse trägt. Sommerfeld ging nun das Problem von einer anderen Seite an und stellte sich die Frage: Wie groß muß die Exzentrizität sein, damit die Kraft P gleich und entgegengesetzt sei dem Gewichte der Achse. Wenn er einen bestimmten Wert für die Exzentrizität findet, betrachtet er diese Stellung als ein Gleichgewicht. Bei Veränderung der Umdrehungsgeschwindigkeit stellt sich von selbst die dazugehörige Exzentrizität ein. Hierauf geht Sommerfeld über zu der Berechnung der Reibung, ausgehend von der Voraussetzung, daß die Reibung stets obenstehendes Bild gibt und kommt so zu ganz brauchbaren Resultaten.

Sommerfeld selbst weist schon auf die Ungenauigkeiten seiner Theorie hin. Will er z. B. auch bei sehr geringer Rotationsgeschwindigkeit eine nach oben gerichtete Kraft bekommen, die imstande ist, die Achse zu tragen, dann muß die

Exzentrizität sehr groß sein. Werden dann nicht die Unebenheiten ineinander greifen? Und weiter, was geschieht mit $p_0 - p_1$, wenn p_1 viel größer als p_0 wird?

Soweit man dem Verhalten der Achse experimentell nachgehen kann, sieht man auch, daß bei geringen Geschwindigkeiten eine ganz andere Reibung statthat. Beginnt die Achse sich zu drehen, dann muß anfänglich trockene Reibung auftreten. Die Abweichung erfolgt gerade nach der anderen Seite, als Sommerfeld annimmt. Die Achse läuft gegen das Lager an. Bei Vermehrung der Tourenzahl greifen die Unebenheiten nicht mehr ineinander (halbe Ölreibung) und bei genügender Schnelligkeit tritt der Fall ein, den Sommerfeld erwähnt, die Achse geht nach der anderen Seite über. Ist p_1 zu groß, dann tritt eine Zerreißung der Ölschicht ein.¹⁾

Eine andere Frage, die bei Sommerfeld unbeantwortet bleibt, ist: Welches sind die Kräfte, die das Gleichgewicht einstellen? Eine zweite gewichtige Frage schließt sich dieser an: Ist das Gleichgewicht stabil?

Vielleicht kann folgendes einen Begriff von dem Mechanismus der Kräfte geben, welche nacheinander auftreten.

Besprechen wir zunächst die Frage von der trockenen Reibung. Fig. 4 gibt ein Bild von dem Augenblick, da die Umdrehungsgeschwindigkeit noch so gering ist, daß die trockene Reibung statthat. Auf die Achse wirken nun die folgenden Kräfte:

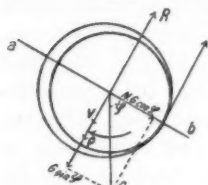


Fig. 4.

das Gewicht G ,
die Reibung W ,
der hydrodynamische Druck,
die Ölreibung, die auf jene Teile
der Achse wirkt, die nicht das
Lager berühren.

Durch die exzentrische Lage nach rechts müssen nun die tieferen hydrodynamischen Drucke unter der Linie ab , die höheren über dieser zu finden sein. Die Resultierende

1) Gümbel, Das Problem der Lagerreibung, Monatsbl. d. Berl. Bez.-Vereins d. Ing. Nr. 5 u. 6. 1914. S. 9. 1916. Jahrbuch der Schiffbautechn. Gesellschaft 1917; V. Vieweg, Archiv f. Elektrotechnik S. 364. 1920.

der Druckkräfte ist dann nach abwärts gerichtet (in der Figur P).

Zerlegen wir die Kraft G in eine auf ab senkrechte und eine Parallele zu $a-b$, so liefert die letztere den normalen Druck N

$$N = G \cos \varphi.$$

Die Reibungskraft wird dann ausgedrückt durch:

$$W = \mu G \cos \varphi,$$

worin μ den Reibungskoeffizienten vorstellt. Überführen wir auf die gebräuchliche Weise W durch ein Kräftepaar in eine Kraft R , die im Mittelpunkte angreift. Auf die gleiche Weise ist die Flüssigkeitsreibung in ein verzögerndes Kräftepaar und in eine Kraft, die im Mittelpunkt mit P zusammenfällt, zu zerlegen. Diese Kraft nennen wir V . Die hemmenden Kräftepaare werden durch den Antrieb aufgehoben und fallen dadurch außerhalb der gestellten Frage.

Als resultierende Kraft erhalten wir dann eine Parallele zu ab ,

$$N = G \times \cos \varphi,$$

welche durch das Lager aufgefangen wird, und eine Kraft, welche lotrecht auf ab steht,

$$P + V + G \times \sin \varphi - \mu G \cos \varphi.$$

Es kann nur dann Gleichgewicht bestehen, wenn diese letzten Kräfte einander aufheben und wenn also:

$$\mu G \cos \varphi = P + V + G \sin \varphi,$$

$$P + V = G(\mu \cos \varphi - \sin \varphi).$$

Hierin steigt $P + V$ mit der Umdrehungsgeschwindigkeit U und mit der Exzentrizität. Im Ruhestand ist diese Summe gleich Null. In diesem Falle verschwindet aber auch die Reibung, so daß

$$0 = -G \sin \varphi$$

und somit

$$\varphi = 0$$

wird. Bei kleinen Werten von U wird das linke Glied positiv, aber klein. Wäre P und V bekannt, dann ist φ zu berechnen. Hierbei tritt einer der Einflüsse auf, von welchem wir oben schon gesprochen haben, nämlich das Entstehen von einem

großen p_1 . Vorher besprachen wir schon, wie der Druck in Fig. 2 vorzustellen ist, nämlich

oberhalb ab durch $p_0 - p_1$,
 unterhalb ab durch $p_0 + p_1$.

Nur wechselt hier oben und unten, da die Exzentrizität nach der anderen Seite zu liegt. Nun folgt aus den Berechnungen von Sommerfeld, daß bei einem Steigen der Exzentrizität p_1 zunimmt, um für den Fall der vollkommenen Berührung zwischen Lager und Achse unendlich zu werden. Hierbei macht er aber die Voraussetzung, daß vollkommen glatte Oberflächen vorliegen, so daß bei dieser Berührung kein Öl mehr dazwischen kommen kann. Nun ist in der Praxis dieses aber unmöglich, so daß in Wirklichkeit ein Unendlichwerden von p_1 ausgeschlossen ist. Bei zunehmender Umdrehungsgeschwindigkeit muß aber doch wohl bei unserer trockenen Reibung, wo also große Exzentrizität vorliegt, p_1 so stark steigen können, daß sie größer wird als p_0 . Dies ist für die Seite mit dem hohen Drucke kein Hindernis, wohl aber für die andere Seite, da dann dort negative Drucke auftreten sollen.

Negative Drucke aber von einiger Größe vertragen Flüssigkeiten nicht, da dann Verdampfung eintritt. Für den Augenblick wird der in der Richtung von ab wirkende Teil der Druckkräfte nicht mehr aufgehoben, so daß außer der Kraft P eine Kraft längs ab entsteht. Die Richtung von dieser Kraft ist in dem von uns bezeichneten Fall nach links, dies folgt daraus, daß das Maximum von p_1 mit dem Steigen der Exzentrizität und Umdrehungsgeschwindigkeit sich nach dem Punkt der dichtesten Berührung verschiebt, um in dem Grenzfall mit diesem zusammenzufallen.

Die Achse gehorcht dieser neuen Kraft und das Öl dringt zwischen Achse und Lager. Die vollkommene Ölleibung tritt ein.

Nun gilt aber die Theorie von Sommerfeld. Von allen Kräften bleibt nur ein verzögerndes Moment, welches U proportional ist und eine Resultierende lotrecht auf ab , die zusammengesetzt ist aus Einflüssen der Reibung und des hydrodynamischen Druckes. Diese Resultierende, welche wir fernerhin abweichend von obenstehender Bezeichnung P nennen wollen, steigt weder mit der Exzentrizität, Viskosität und Umdrehungs-

geschwindigkeit und ist in Fig. 5 wiedergegeben, worin wir die Bezeichnung von Sommerfeld übernehmen.

Die Resultierende von P und dem Gewichte G wird die Achse verschieben, die Exzentrizität wird anfangs ein wenig größer, da die Resultierende nach auswärts gerichtet ist, hier-

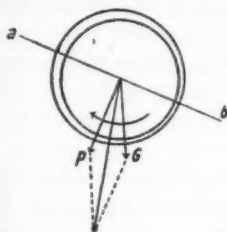


Fig. 5.



Fig. 6.

durch steigt aber wieder P , während es gleichzeitig ein wenig seine Richtung verändert, da auch ab sich etwas verschoben hat, und die Verschiebung setzt sich fort.

Gleichgewicht ist erst dann zu erreichen, wenn P und G entgegengesetzt gerichtet sind, wenn also der Stand erreicht ist, wie Fig. 6 zeigt.

Wenn in dieser Stellung P größer ist als G , wird sich die Achse heben. Zugleich ändert sich Richtung und Größe der Exzentrizität (Fig. 7). Die Resultierende zeigt nun nach

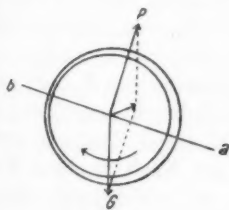


Fig. 7.

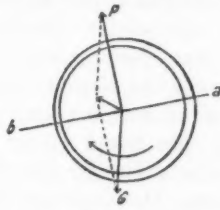


Fig. 8.

rechts; folgt nun die Achse dieser Kraft, dann vermindert sich die Exzentrizität, wodurch wieder P fällt und die Achse auf ihren ursprünglichen Stand zurückkommt. Ist aber P kleiner als G , dann senkt sich die Achse. Die Exzentrizität ändert sich in der Richtung und die Resultierende zeigt nun nach links (Fig. 8).

Folgt die Achse wieder, dann steigt die Exzentrizität und hiermit P , wodurch wiederum die Achse auf ihren ursprünglichen Stand zurückgebracht wird.

Man muß also das durch Sommerfeld behandelte Gleichgewicht als stationär auffassen.

Soll man aber, wie Gumbel (a. a. O.) meint, den Fall derart verallgemeinern, daß p_1 einen so großen Wert bekommt, daß Zerreißung der Ölschichte eintritt, dann wird die saugende Wirkung oberhalb ab nicht mehr zunehmen bei Vermehrung der Rotationsgeschwindigkeit, der Druck unterhalb ab aber wohl steigen.

Welche Veränderungen soll nun Obenstehendes erleiden, wenn wir mit einem vertikal gestelltem Lager zu tun haben, von dem doch eigentlich unsere Druckwage ein Beispiel ist.



Fig. 9.

Nehmen wir zuerst an, daß es möglich ist, die Achse ganz genau vertikal zu stellen. Dann verschwindet aus unserer Theorie die Größe G als Kraft vollständig. Wir können nur dann ein Gleichgewicht erwarten, wenn auch P gleich Null wird, mit anderen Worten, wenn die

Exzentrizität Null ist und die Achse sich vollkommen senkrecht im Lager dreht. Wie steht es nun aber mit der Stabilität? Verschiebt sich die Achse durch die eine oder andere Ursache ein wenig aus dem Zentrum des Lagers, dann tritt die Kraft P auf. Diese steht wieder lotrecht auf der Exzentrizität und gibt der Achse eine Verschiebung (Fig. 9), dadurch verändert sich die Lage von e und hiermit auch die Richtung von P . Nun aber tritt keine Kraft auf, die nach dem Mittelpunkt gerichtet, den ursprünglichen Stand wieder herstellt. Das Zentrum der Achse wird stets unter der Einwirkung der Kraft P einen Kreis beschreiben. Das Gleichgewicht ist also nicht stabil. Bleibt der störende Einfluß bestehen, dann nimmt e stets zu, bis wieder an einer Seite die Annäherung an die Wand des Lagers so groß geworden ist, daß ein negativer Druck auftritt, worüber schon bei dem Übergang von trockener Reibung in die reine Ölreibung gesprochen wurde. Es tritt ebenfalls wieder ein Druck auf, der die Achse von dem Lager abdrückt. Gleichgewicht ist dann erreicht, wenn dieser Druck gleich ist dem

Größe des störenden Einflusses. Da im allgemeinen der störende Einfluß nicht groß sein kann, braucht auch dieser Druck keine großen Werte anzunehmen. Soweit man aus den früher angeführten Betrachtungen schließen kann, ist das Auftreten von oben stehendem Druckeinfluß dort zuerst zu erwarten, wo p_0 am kleinsten ist. Bei einer Druckwage verändert sich p_0 mit der Höhe und zwar von den unter dem Kolben herrschenden Druck bis zu einer Atmosphäre an der Stelle, wo das Öl an der Außenspalte zum Vorschein kommt. Dieser Druck von einer Atmosphäre ist natürlich unabhängig von der Belastung. Das hat zur Folge, daß auch der Augenblick, wenn der Druck nach dem Mittelpunkt auftritt, von jener unabhängig ist. Auch die kritische Tourenzahl (d. i. die Tourenzahl, unter der wieder trockene Reibung auftritt) kann also keine Belastungsfunktion sein.

Nun sind freilich störende Kräfte stets vorhanden. Zu erwarten ist also, daß die Achse einen Gleichgewichtsstand nicht erreicht, sondern bei einem konstanten U sich mit einer konstant bleibenden Exzentrizität im Lager herumlaufen wird.

Bei unseren Entwicklungen haben wir einige Voraussetzungen gemacht, die nicht praktisch zu verwirklichen sind.

Zuerst nahmen wir an, daß sowohl Lager, als Achse vollkommen zylindrisch sind. Eine Folge der Tatsache, daß dies in der Praxis nicht der Fall ist, muß sein, daß der minimale Abstand zwischen Lager und Achse sich fortlaufend ändert und die Bewegung nicht so regelmäßig stattfinden kann, als aus unseren obenstehenden Betrachtungen folgen sollte. Da die Bewegung sich fortwährend an der Grenze der trockenen Reibung abspielt, ist es auch möglich, daß dann und wann eine direkte Berührung auftritt, wenn gerade ein erhabener Teil der Achse einen ebensolchen des Lagers passieren will. Ist die Tourenzahl groß genug, dann wird natürlich dieser Kontakt direkt wieder unterbrochen. War die Tourenzahl aber bereits klein, dann besteht die Möglichkeit, daß diese Berührung eine genügende Verzögerung gibt, um die trockene Reibung bestehen zu lassen. Läßt man die Achse ohne anderen Widerstand ablaufen, als diese Lagerreibung, dann ist der Augenblick von dem Auftreten der trockenen Reibung nicht immer genau der gleiche.

Eine zweite Voraussetzung, die nicht ausführbar ist, ist das Vertikalstellen der Achse. Ist die vertikale Stellung nicht vollkommen erreicht, dann muß, wenn auch sehr klein, die Kraft G auftreten. Bei sehr genauem Arbeiten ist dieser Einfluß aber auf ein Minimum zu bringen.

Wir wollen nun prüfen, zu welchen Folgen unsere Vorstellungen führen. Nehmen wir an, daß die Schnelligkeit so groß ist, daß die reine Ölreibung stattfindet, dann muß nach Sommerfeld die Reibung proportional sein der Umdrehungsgeschwindigkeit, der Oberfläche und der Viskosität. Wir können also die Tangentialreibung in folgender Gleichung

$$W_1 = \int c 2\pi R dh U \eta$$

wiedergeben, worin c eine Funktion der Spaltenweite und der Exzentrizität ist. Für den Fall, daß keine axiale Strömungen vorhanden wären, ist diese Funktion durch Sommerfeld besprochen. η und c sind Druckfunktionen und also abhängig von h . Mit großer Annäherung ist R konstant zu setzen. Nennen wir die Winkelgeschwindigkeit ω , dann ist

$$U = R \omega,$$

$$W_1 = 2\pi R^2 \omega \int c \eta dh,$$

also das Reibungsmoment

$$M_1 = 2\pi R^3 \omega \int c \eta dh,$$

setzen wir für das Integral J_1

$$M_1 = 2\pi R^3 \omega J_1.$$

Bei der von uns gebrauchten Druckwage waren drei solche Reibungsmomente vorhanden, nämlich eines für den dicken Teil des Kolbens, eines für den dünnen und eines an der Unterseite für die Führung nach Anbringung der später besprochenen Verbesserungen. Das totale Moment ist also:

$$M_t = 2\pi \omega \{R_1^3 J_1 + R_2^3 J_2 + R_3^3 J_3\}.$$

Gibt man nun der Druckwage eine genügende Anfangsgeschwindigkeit und läßt man die Bewegung auslaufen, dann wird eine Verzögerung auftreten. Nennen wir die Verzögerung φ , dann ist

$$\begin{aligned}
 -\varphi &= \frac{M}{T} \quad (T = \text{Trägheitsmoment}), \\
 M &= 2\pi\omega \{R_1^3 J_1 + R_2^3 J_2 + R_3^3 J_3\}, \\
 -\varphi &= \frac{2\pi\omega \{R_1^3 J_1 + R_2^3 J_2 + R_3^3 J_3\}}{T}, \\
 -\ddot{\varphi} &= A\varphi,
 \end{aligned}$$

worin A eine Konstante ist.

$$A = \frac{2\pi \{R_1^3 J_1 + R_2^3 J_2 + R_3^3 J_3\}}{T}.$$

Setzen wir den zurückgelegten Winkel gleich a

$$\begin{aligned}
 \omega &= \frac{da}{dt}, \\
 \varphi &= \frac{d^2 a}{dt^2}, \\
 -\frac{d^3 a}{dt^3} &= A \frac{da}{dt}.
 \end{aligned}$$

Diese Gleichung liefert bei Beachtung des Anfangsschlusses

$$a = \frac{\Omega}{A} (1 - e^{-At}),$$

worin Ω die Anfangsrotationsgeschwindigkeit vorstellt. Solange also die Voraussetzung für die Ölleibung erfüllt ist, gilt diese Gleichung. Beginnt die halb trockene oder trockene Reibung, dann steigt das Reibungsmoment und A bekommt einen größeren Wert.

Die Erwartung ist also, daß für A eine Konstante gefunden werden kann, welche unter einem bestimmten Werte von ω nicht mehr gilt. Diese Rotationsgeschwindigkeit nennen wir die kritische, wofür wir das Zeichen ω_k einführen.

Das Instrumentarium.

Es war beabsichtigt, obenstehende Ansichten experimentell zu prüfen. Hierzu wurde die sogenannte kleine Druckwage von dem v. d. Waalsfonds verwendet, die aufgestellt ist in dem naturwissenschaftlichen Laboratorium zu Amsterdam.¹⁾ Diese Druckwage von der Type Schäffer & Budenberg besitzt einen Kolben, dessen großer und kleiner Durchschnitt um einen cm^2 verschieden sind, während die maximale Belastung 250 kg beträgt. Um für unsere Untersuchungen ge-

1) Ph. Kohnstamm-Walstra, Versl. Ac. Am. 1914.

eignet zu sein, mußten einige Abänderungen angebracht werden.

Vorerst war es notwendig, für eine genügende Rotationsgeschwindigkeit zu sorgen. Die Drehung wurde bisher durch Antrieb mit der Hand gegeben. Damit waren zwei Unannehmlichkeiten verbunden.

Zuerst war es nicht sicher, daß eine genügend große Schnelligkeit erreicht wurde, und andererseits war die Anfangsschnelligkeit nicht bei jeder Ablesung gleich zu wählen. Letzteres ist nun wohl nicht direkt notwendig, aber doch sehr zu wünschen.

Ein anderer Nachteil des Handantriebes ist in der Tatsache gelegen, daß hierbei unbedingt ein seitlicher Druck ausgeübt wird. Im Augenblick des Loslassens ist es also nicht sicher, daß der Gleichgewichtszustand herrscht. Das hat zur Folge, daß wahrscheinlich zu Beginn der Reibung keine reine Flüssigkeitsreibung statthat.

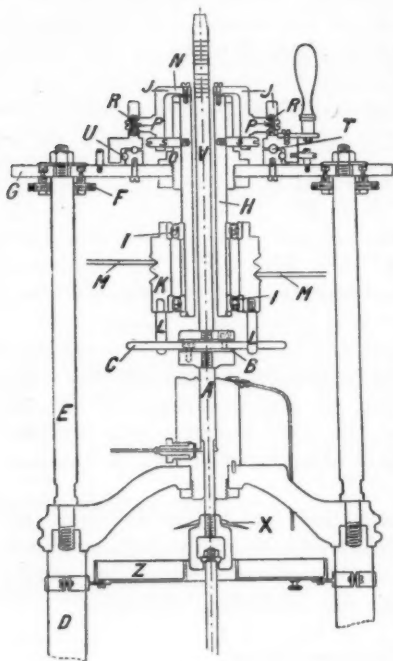


Fig. 10.

Es mußte also ein mechanischer Antrieb konstruiert werden, der diese Fehler nicht hatte. Hierzu wurde eine in Fig. 10 wiedergegebene Aufstellung gewählt.

Auf dem Kopf von dem Kolben *A* wird eine Platte *B* befestigt, wodurch ein Stahlstift *C* getrieben wird. Platte *B* war verstellbar und wird so angebracht, daß die Achse von *C* die Achse von dem Kolben schneidet. Die Ständer *D* von der Druckwage werden mit Stahlstangen *E* verlängert, worauf

mit Stellschrauben *F* verstellbar eine dreiseitige Platte *G* befestigt wird. In der Mitte der Platte wird ein bronzenes Lager *H* gebaut, worauf auf zwei Kugellagern *I* der Teil *K* sich drehen kann. *K* trägt zwei Stifte *L*, welche gegen den Stift *C* stoßen können. Die Platte *G* wird so gestellt, daß beide Stifte *L* gleichzeitig gegen *C* ragen. *K* wird durch einen Drehstrommotor mit Zwischenschaltung einer Transmission, um die Tourenzahl regeln zu können, angetrieben. Um ein Wegdrücken von *K* durch einen einseitigen Druck zu verhindern, wird die Andrehung doppelseitig gemacht, hierzu die beiden Riemen (*M*). Ist die Tourenzahl erreicht, dann müssen die Stifte *L* entfernt werden können. Zu dem Zwecke wird es möglich gemacht, *H* und *K* so hoch zu heben, daß *C* frei unter *L* sich durchdrehen kann. Dazu wird *H* nicht an der Platte selbst festgemacht, sondern an den bronzenen Fortsatz *N* und wird auf seinem Platz durch die Führung *O* gehalten. An *N* sind zwei Spitzen *B* festgenietet, worauf zwei Kugellager *R* gebaut sind.

Diese ruhen auf zwei drehbaren, geneigten Flächen *S*. Durch Drehen von *S* schieben die Kugellager hiermit das gesamte Gestell *N*, *H* und *K* empor. Um zu verhindern, daß das Lager *H* sich dreht, sind in der Führung zwei Nuten angebracht, worin die Stifte *S* gleiten. Um ein leichteres Laufen zu erzielen, bewegt sich *S* auf Kugellagern, während das Kugellager *U* die zeitliche Bewegung verhindert. Außerdem ist ein Fangschirm angebracht, um das Öl, welches zwischen Zylinder und Achse austropft, aufzufangen und in den Behälter *Z* zu leiten; sonst würde dieses Öl auf die Gewichte fallen und die Belastung vermehren.

Um die Höhe von dem Kolben bestimmen zu können, wird dieser mit einer Stange *V* verlängert, welche über die gesamte Apparatur hinausreicht und auf welcher am Ende eine Skaleneinteilung angebracht ist.

Die Tourenzahl, wobei die meisten Wahrnehmungen gemacht wurden, da sie immer noch hoch genug war, war ungefähr 60 in der Minute. Ganz konstant war diese nicht, da bei höherer Belastung eine große Verschleppung in der Transmission auftrat. Wie aus der späteren Abhandlung folgen soll, war dies aber nicht hinderlich.

Ein anderer Unterteil, der Verbesserungen notwendig hatte, war die Unterseite der Druckwage. Die Belastung von dem Kolben wird, wie bekannt, durch Aufhängen von Gewichten an der verlängerten Kolbenstange erhalten. An dem äußersten Ende trägt diese verlängerte Stange eine Platte. Darauf wurden die Gewichte aufgelegt (Fig. 11). Um konische Schwingungen zu verhindern, ist nun unter dieser Platte wieder eine kleine Achse angebracht (*A*). Diese Achse läuft in einem bronzenen Lager *B*. Da dieses Lager nicht geschmiert war,

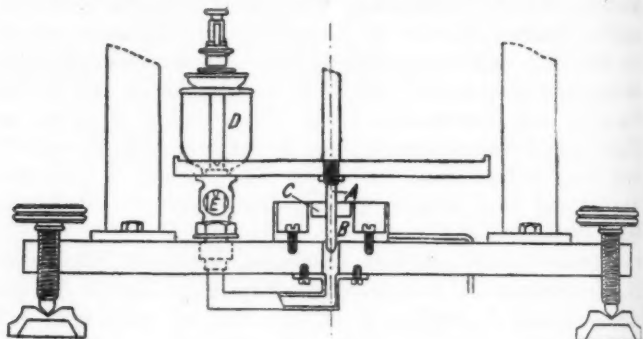


Fig. 11.

hat man hier eine reine Metallreibung. Für unsere Untersuchungen war dieses sehr hinderlich, da zwei verschiedene Arten von Reibung verzögernd auf die Rotation wirkten. Um nun auch diese Reibung von derselben Art zu machen, wie bei dem Kolben, wurde unter dem Fußstück ein Ölreservoir *C* angebracht, das aus dem Ölfaß *D* gefüllt wurde. Das Niveau wurde in *E* stets so hoch gehalten, daß es höher stand als der obere Rand des Bronzelagers. Hierdurch erreichten wir, daß stets der gesamte Raum zwischen Lager und Achse mit Öl gefüllt war. Für unsere Untersuchungen ergab es sich, daß diese Schmierung wirklich eine Verbesserung für das Funktionieren der Druckwage war, denn bei der Demontierung vor der Anbringung obenstehender Verbesserungen war die Metall- auf Metallreibung nicht ohne Einfluß auf den Zustand von Lager und Achse. Die Schmierung hatte dann auch eine

merkbar größere Empfindlichkeit der Druckwage zur Folge. Eine dritte Verbesserung war von ganz anderer Art. Als obenstehende Änderungen schon angebracht waren und man also annehmen konnte, daß die Anfangsgeschwindigkeit mit großer Annäherung stets gleichgesetzt werden konnte, war zu ersehen, daß die Zeit, welche zwischen dem Ausschalten der Andrehung und dem Augenblick, daß der Kolben stillstand, bei der gleichen Belastung nahezu konstant war. Unerwartet traten aber Abweichungen von etwa 50% und mehr auf, um ebenso unerwartet zu verschwinden. Nach langem, vergeblichen Suchen kamen wir auf den Gedanken, ein Stetoskop zu Hilfe zu nehmen. Die Schallplatte von einem gewöhnlichen medizinischen Stetoskop wurde durch ein Plättchen aus Glimmer ersetzt, in welches mitten ein Kupferstift befestigt wurde. Hiermit wurde die Druckwage abgesucht und nun fand man, daß in jenen Fällen, da die Reibung so merkbar größer war, ein surrendes Geräusch in der Druckwage in der Höhe von dem Kolben zu hören war. Nach Auseinandernahme des Apparates fand man jedesmal zwischen Kolben und Zylinder ein fast mikroskopisch kleines Lederfleckchen. Diese Ledertheilchen stammten von den Lederpackungen an der Cailletepumpe, womit der Druck erhalten wurde. Um diesem Übel abzuhelpen, wurden alle Lederpackungen durch Fiberpackungen ersetzt. Bei dem Kolben von der Pumpe selbst war dies aber nicht möglich; deshalb wurde in der Zuführung von der Pumpe zur Druckwage ein Filter von sehr feinem Kupferdraht eingeschaltet, das in mehreren Lagen gelegt wurde. Hinter diesem Filter wurden nur mehr Rotkupferpackungen oder Stahl auf Stahlverschluß verwendet.

Die Méthode der Ablesung.

Um die Theorie prüfen zu können, mußte untersucht werden, in welcher Art der zurückgelegte Winkel von der Zeit abhängig ist. Hierzu wurde auf der Achse ein Zeichen angebracht, die Rotation eingesetzt und nach Erhalt einer stationären Geschwindigkeit die Andrehung ausgeschaltet. Mit Hilfe von zwei Stoppuhren wurde der Zusammenhang zwischen zurückgelegter Tourenzahl und gebrauchter Zeit untersucht. Im Augenblick der Ausschaltung der Andrehung

wird die erste in Gang versetzt. Nach einer bestimmten Tourenzahl, z. B. 7, wird das Uhrwerk gestoppt und gleichzeitig das zweite in Gang gebracht. So kann man den Zusammenhang zwischen Tourenzahl und Zeit leicht finden. Die totale Tourenzahl jedoch, die in einem bestimmten Augenblick zurückgelegt ist und die wir ν nennen wollen, bekommt man durch eine einfache Addition der Zahlen.

Nehmen wir an, daß es stets möglich ist, auf $\frac{1}{5}$ Sekunde genau abzulesen, dann ist der bei jedem Werte im Maximum zu erwartende Fehler für $t = \frac{2}{5}$ Sek. ($\frac{1}{5}$ für den Beginn und $\frac{1}{5}$ für das Ende der Wahrnehmung). Bei der Addition der Zahlen werden die Fehler nicht summiert, da es mit sehr großer Genauigkeit erreichbar ist, daß die eine Stoppuhr im gleichen Moment gestoppt, als die andere in Gang versetzt wird. Von Einfluß auf den Fehler ist dann allein die Ungenauigkeit der Ablesung bei Beginn der ersten und beim Ende der letzten Wahrnehmung.

Die erste Beobachtungsserie lieferte folgende Zahlen:

Tourenzahl	Zeit	ν	t
7	7,4	7	7
7	7,4	14	14,4
7	8	21	22,4
7	8,4	28	30,8
7	9	35	39,8
6	8,4	41	48,2
6	9	47	57,2
6	9,6	53	66,8
5	8,4	58	75,2
5	9,2	63	84,4
5	10,2	68	94,6
4	8,6	72	103,2
4	9,8	76	113,0
4	10,8	80	123,8
3	9,4	83	133,2
3	10,4	86	143,6
2	8,6	88	152,2
1,6	11,8	89,6	164

Die Prüfung der Formel

$$a = \frac{\Omega}{A} (1 - e^{-At})$$

führt nun zu eigenartigen Schwierigkeiten, denn die Funktion eignet sich schlecht dazu, aus den wahrgenommenen Werten

von a , A zu berechnen und auf ihre Konstanz zu untersuchen. Darum wählen wir einen andern Weg.

Nehmen wir an, daß n die totale Tourenzahl ist, die der Kolben zurücklegt, wenn bis zum letzten Augenblick die Flüssigkeitsreibung bestehen bleiben würde. Stillstand wird dann erreicht für $t = \infty$

$$2\pi n = \frac{\Omega}{A}.$$

Ist ν die Tourenzahl nach der Zeit t , dann ist

$$\begin{aligned} 2\pi \nu &= \frac{\Omega}{A} (1 - e^{-At}), \\ &= 2\pi n (1 - e^{-At}), \\ \nu &= n (1 - e^{-At}), \end{aligned}$$

$$1 - \frac{\nu}{n} = e^{-At},$$

$$A = \frac{\lg \left(1 - \frac{\nu}{n}\right)}{\lg e} = \frac{\lg \frac{n - \nu}{n}}{+ \lg e}.$$

Einige Mühe machte es nun, n zu bestimmen, da dieses für die wahrgenommenen Werte nicht jedesmal gleich ist. n wird dann auch durch Probieren und Interpolieren gefunden. Man faßt die Frage so auf: Ist für n ein Wert zu finden, welcher in die Formel substituiert, ein konstantes A liefert? Nehmen wir als Beispiel für die Berechnung obenstehende Beobachtungsserie:

$$\begin{array}{ll} \text{für } \nu = 35 & \text{ist } t = 39,8 \\ & 72 \quad 103,2 \end{array}$$

Setzen wir nun $n = 120$, dann bekommen wir für A

für n : 120	A : 0,008664	bzw. 0,008878
115	0,009118	0,009594
125	0,008254	0,008314
127	0,008101	0,008109

Wir nehmen deshalb als den besten Wert für n 127,2

ν	$A \cdot 10^4$	ν	$A \cdot 10^4$
7	80,8	63	81,0
14	81,0	68	81,0
21	80,5	72	80,9
28	80,7	76	80,5
35	80,9	80	80,1
41	80,7	83	79,4
47	80,6	86	78,5
53	80,7	88	77,3
58	80,9	89,6	74,3

Um sich über diese Resultate ein richtiges Urteil bilden zu können, muß man auch den erreichbaren Grad der Genauigkeit von $\frac{2}{5}$ Sekunden mit in Rechnung ziehen. Man kann dann als Mittelwert für A setzen $80,9 \cdot 10^4$ und bekommt dann folgende Tabelle:

ν	t	$A \cdot 10^4$	Maximale Genauigkeit	Abweichung
7	7	80,8	4,4	0,1
14	14,4	81,0	2,3	0,1
21	22,4	80,5	1,5	0,4
28	30,8	80,7	1,1	0,2
35	39,8	80,9	0,8	0
41	48,2	80,7	0,7	0,2
47	57,2	80,6	0,6	0,3
53	66,8	80,7	0,5	0,2
58	75,2	80,9	0,5	0
63	84,4	81,0	0,4	0,1
68	94,6	81,0	0,4	0,1
72	103,2	80,9	0,3	0
76	113,0	80,5	0,3	0,4
80	123,8	80,1	0,3	0,8
83	133,2	79,4	0,3	1,5
86	143,6	78,5	0,3	2,4
88	152,2	77,3	0,3	3,6
89,6	164,0	74,3	0,2	6,6

Innerhalb der erreichbaren Genauigkeit ist also das Resultat in voller Übereinstimmung mit der Berechnung. Zur Kontrolle können wir Ω berechnen aus

$$\Omega = 2\pi A,$$

die Anfangstourenzahl in der Minute ist dann

$$n \cdot 60 \cdot A = 12,7 \cdot 2 \cdot 60 \cdot 80,9 \cdot 10^{-4} = 61.$$

Während Beobachtung $60 \cdot 2$ ergab. Die Übereinstimmung ist also gut.

Der Augenblick, in dem die Flüssigkeitsreibung endigt, liegt hier somit, wie aus der Tabelle zu sehen ist, zwischen 72 und 76 Umdrehungen. Berechnen wir die Rotationsgeschwindigkeit für diese zwei Augenblicke, dann wissen wir, daß die kritische Rotationsgeschwindigkeit zwischen den beiden gefundenen Werten liegt. Die Berechnung ist ganz analog der oben stehenden für n , nur haben wir an Stelle von n die Anzahl von Umdrehungen einzusetzen, die, in der Voraussetzung, daß die Flüssigkeitsreibung noch bestehen bleibt, noch zurückgelegt würde. Nach 72 Umdrehungen finden wir hierfür:

$(127,2 - 72) \cdot 60 \cdot 80,9 \cdot 10^{-4} = 29$ Touren pro Minute,
nach 76 Umdrehungen:

$(127,2 - 76) \cdot 60 \cdot 80,9 \cdot 10^{-4} = 27,4$ Touren pro Minute.

Die kritische Rotationsgeschwindigkeit liegt also zwischen 27,8 und 29 Umdrehungen in der Minute.

Eine andere Beobachtungsreihe lieferte folgende Werte:

Serie 2. $n = 100$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	Zulässiger Fehler	Wahrgenommene Abweichung
7	7,2	100,8	7	2,2
15	16,2	100,3	3	2,7
23	25,9	101,3	2	1,7
31	36,2	102,5	1,5	0,5
37	44,8	103,1	1,1	0,1
43	54,6	103,0	0,9	0
49	65,0	103,5	0,8	0,5
54	75,4	103,0	0,7	0
59	86,8	102,7	0,6	0,3
63	97,4	102,1	0,5	0,9
67	110,2	100,6	0,5	0,4
70	122,6	98,2	0,4	4,8
71,3	132,4	94,2	0,4	8,8

Mittelwert für $A \cdot 10^{-4} = 103$. Anfangstourenzahl 61, beobachtet 60.

Serie 3. $n = 131,2$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	Maximale Genauigkeit	Abweichung
7	7,0	78,7	4,6	2,6
16	16,2	80,3	2,0	1,0
25	26,0	80,7	1,2	0,6
33	35,6	81,4	0,9	0,1
41	46,0	81,5	0,7	0,2
48	56,0	81,3	0,6	0,0
54	65,2	81,3	0,5	0
60	75,2	81,3	0,5	0
66	86,0	81,3	0,4	0
71	95,8	81,3	0,4	0
75	104,6	81,0	0,3	0,3
80	117,2	80,3	0,3	1,0
88	128,2	78,1	0,3	3,2
84,1	139,2	73,6	0,3	7,7

Mittelwert für $A \cdot 10^4 = 81,3$. Anfangstourenzahl 64, beobachtet 60,5.

Bei genauer Betrachtung obenstehender Resultate fallen besonders zwei Umstände auf.

Vorerst folgt aus den substituierten Werten, daß wir, als wir in der ersten Beobachtungsserie 115, 125 und 127 für n annahmen, die Änderungen für A ziemlich groß waren, während der Unterschied der A -Werte untereinander sich wenig veränderte. Ist dann auch oben stehende Methode sehr brauchbar, um die Möglichkeit von einem konstanten A zu beweisen. Die genaue Bestimmung der wirklichen Werte von A ist nicht so gut. Dies ersieht man auch aufs Neue bei der Bestimmung der Anfangstourenzahl. Wir haben einen Unterschied von 3,5 bei 60 bekommen.

Zweitens mutet es etwas fremd an, daß nach Beendigung der Flüssigkeitsreibung A zu fallen scheint. Man sollte daraus schließen, daß sich die Reibung vermindere. Der Grund liegt in der Tatsache, daß, sobald A seinen konstanten Wert verliert, sich auch n verändern muß. Hiermit wurde nicht gerechnet, so daß dann die Werte von den Zählern zu klein genommen wurden. Um dem Verlauf genau nachzugehen, muß man A allein aus den letzten Gliedern der Beobachtungsserie ausrechnen. Für die erste Beobachtungsserie haben wir das getan. Die Resultate waren folgende:

Beginnen wir beim vierten Glied.

$$n = 127,2 - 28 = 99,2.$$

ν	t	$A \cdot 10^4$
7	9	81,3
13	17,4	80,7
19	26,4	80,5
25	36,0	80,7
30	44,4	81,1
35	53,6	81,1
40	63,8	80,9
44	72,4	80,9
48	82,2	80,5
52	93,0	79,9
55	102,4	78,9
58	112,8	77,9
60	121,4	76,5
61,6	133,2	72,8

Hieraus bekommt man also noch die gleichen Ergebnisse in Hinsicht auf den Wert von n , und auf dem Augenblick, da die Flüssigkeitsreibung endigt.

Beginnen wir mit dem siebenten Glied, dann können wir für n setzen

$$127,2 - 41 = 86,2, \quad \text{für } A \cdot 10^4.$$

80,2	81,3	80,4	77,4
80,6	80,9	79,7	75,8
81,4	81,0	78,6	71,6

Also wiederum die gleichen Werte für A und dieselbe Grenze für die Ölreibung.

Nehmen wir aber die fünf letzten Glieder allein, dann bekommen wir, wenn wir für $n = 28$ setzen, folgende Werte:

ν	l	$A \cdot 10^4$
4	10,8	148
7	20,2	142
10	30,6	144
12	39,5	143
13,6	51,0	130

Die Werte von A und hiermit die Reibung haben also zugenommen. Bei den Versuchen fielen gleichzeitig einige Dinge auf. Während der Drehung senkte sich der Kolben. Wollte man nun durch Einpressen von Öl den Kolben wieder auf die Höhe bringen, dann wurde dadurch das Gleichgewicht gestört. Besonders bei einer geringen Tourenzahl war der Einfluß groß.

Zweitens war zufolge der einigermaßen konischen Form des Kolbens die Reibung abhängig von der Höhe. Bei geringer Belastung war dies von minimalem Einfluß, weil dann die Senkungsgeschwindigkeit sehr klein ist. Man mußte nur dafür sorgen, daß stets bei der gleichen Höhe gearbeitet werde, da andernfalls die Resultate nicht zu vergleichen waren. Bei größerer Belastung senkt sich aber der Kolben weit rascher, so daß während des Versuches Öl eingepreßt werden mußte, was aber wieder zu dem erst genannten Fehler Veranlassung gab. Glücklicherweise nahm bei steigender Belastung der störende Einfluß, der durch das Einpressen des Öles bedingt war, ab, so daß bei vorsichtigem Arbeiten die Störung nicht hinderlich wurde.

Wir konnten also dazu übergehen, die Größe A für verschiedene Drucke zu berechnen. Da die Temperatur einen großen Einfluß auf die Viskosität des Öles hat, wurden für

jede Belastung zwei Versuche bei verschiedenen Temperaturen gemacht, und zwar bei 12,5 und bei 16,5°. Bei jedem der Punkte wurde eine Beobachtungsserie mit den gefundenen Werten von A aufgenommen. Im ganzen wurden 59 Serien beobachtet, welche aber aus Räumersparnis nicht alle mitgeteilt werden können.

Bei der Berechnung ergaben sich als Mittelwerte für $A \cdot 10^4$:

Belastung	$T = 12,5$	$T = 16,5$
226,488	38,5	29,5
201,488	41	36
176,488	57	42
151,488	77	51
126,488	83	57
101,488	96	72,5
76,488	122	104
51,488	163	145

Da die Beobachtungen ergaben, daß die Genauigkeit nicht größer als $\frac{1}{2}$ einzuschätzen ist, sind die Werte von A auf $\frac{1}{2}$ abgerundet worden.

Für Belastungen unter 50 kg ist es nicht zulässig, aus den gefundenen Werten mit genügender Genauigkeit eine Berechnung aufzustellen. In der Tabelle ist zugleich auch die kritische Tourenzahl aufgenommen. Als zusammenfassende Resultate bekommen wir folgende Werte:

Belastung	Kritische Tourenzahl $T = 12,5$	Kritische Tourenzahl $T = 16,5$
226,488	24	36
201,488	28	27
176,488	32	32
151,488	27	35
126,488	28	34
101,488	28	32
76,488	29	27
51,488	32	30

Aus den schon früher besprochenen Gründen waren diese Zahlen nicht als konstant zu erwarten. Wohl nimmt der Mittelwert mit steigender Temperatur wegen der Abnahme der Viskosität des Öles zu. Das Ergebnis entspricht also vollkommen den Erwartungen. Wollen wir stets die Sicherheit

haben, daß die Druckwage gut funktioniert, dann müssen wir in unserem Fall stets dafür sorgen, daß die Tourenzahl oberhalb w_k liegt. Die kritische Rotationsgeschwindigkeit finden wir als jene Tourenzahl pro Minute. w_k ist also hier

für 12,5 rund 3,1,

„ 16,5 „ 3,5.

Es mag etwas sonderbar erscheinen, daß die Zahlen für die Belastung nicht einfacher gewählt sind. Die Ursache liegt an den Verbesserungen, die an der Druckwage angebracht wurden, um eine zweckmäßigere Andrehung zu bekommen. Früher wog der Kolben A mit Kopf und Belastungsstange zusammen 5 kg. Nach der neuen Methode wurde das Gesamtgewicht 6,488 kg. Zur Belastung wurden ferner Gewichte von 20 und 25 kg genommen.

Berechnung des Reibungsmomentes.

Aus der Größe A läßt sich leicht das Reibungsmoment berechnen, denn:

$$-\varphi = \frac{M}{T} = A\omega,$$

$$M = T \cdot A \cdot \omega.$$

Nennen wir $T \cdot A$ das spezifische Reibungsmoment r . Für die Berechnung von r müssen wir die Trägheitsmomente kennen. Diese werden wie folgt bestimmt:

Kolben A mit Kopf und Belastungsstange wird aus der Druckwage genommen, die Stange V durch einen Bolzen ersetzt, an diese Stange ein Stahldraht gelötet und daran das Ganze aufgehängt. Hierauf wird von dem Ganzen die Schwingungszeit bestimmt. Um aus dieser Zeit die Trägheitsmomente zu berechnen, wird auch eine Belastung angebracht mit zwei rechtwinkligen und gleich langen Eisenstäben, wovon nach bekanntem Verfahren das Trägheitsmoment einfach durch Berechnung zu finden war. Ein Vergleich hiermit gab als Trägheitsmoment vom

unbelasteten Kolben mit Zubehör	I_0	268,6 g/cm,
belastet mit 20 kg	I_{20}	1589,3
„ „ 25 „	I_{25}	1904,8

während durch Berechnung für die Stange V 0,4 gefunden wurde.

Zu bemerken ist, daß eine größere Genauigkeit als vier Dezimalstellen zwecklos war.

Belastung	Trägheitsmoment
6,488	269
26,488	1 858
51,488	3 763
76,488	5 667
106,488	7 572
126,488	9 477
151,488	11 380
176,488	13 290
201,488	15 190
226,488	17 100

Als Einheit wurde das kleine statische System angenommen.

Aus diesen Werten und aus den für A gefundenen bekommen wir für r

$$r = A \times T.$$

Belastung	Trägheitsmoment r für $T = 12,5$	r für $T = 16,5$
226,488	658	504
201,488	623	547
176,488	757	558
151,488	876	580
126,488	786	540
101,488	727	549
76,488	691	589
51,488	614	546

Aus Obenstehendem ersieht man, daß bei zunehmendem T die Reibung abnimmt, was auch auf eine Ölreibung hinweist; denn bei steigender Temperatur fällt die Viskosität. Der Grad der Genauigkeit, womit A bestimmt werden kann, darf nicht allzu hoch eingeschätzt werden. Schon oben wurde auf eine Ursache hingewiesen. Ein anderer Grund ist darin zu suchen, daß die Temperaturschwankungen des Versuchsraumes nur sehr langsam von A angenommen werden. So wurde an einem kalten Tag, nachdem schon 5—6 Stunden die Zimmer auf konstante Temperatur gebracht worden waren, die Werte von A noch zu groß, in einer kalten Nacht nach einem warmen Tag, die Zahlen für A zu klein gefunden. Da es unmöglich ist, die Temperatur des Öles im Lager zu messen, war man

nicht sicher, ob schon mit dem Versuch begonnen werden konnte.

Eine Folge der Ungenauigkeit, die den Größen A und damit auch r anhaftet, ist, daß unsere Zahlen keinen Schluß gestatten über den Einfluß des Druckes auf r . Dieser Einfluß ist mit Sicherheit zu erwarten, da sowohl die Größe des Spaltes zwischen Achse und Lagerwand als die Viskosität Druckfunktionen sind. Die Änderungen von r , die durch p bedingt sind, fallen aber bei unseren Resultaten innerhalb der Genauigkeitsgrenzen bei den Ablesungen.

Als Mittelwert können wir A setzen

für T	r
12,5	700
16,5	550

Zur Ergänzung über das oben Ungemerkte, den Temperatureinfluß betreffend, diene noch folgendes:

Infolge der Reibung wird in der Ölschicht eine Temperaturerhöhung auftreten.

Erst nach einiger Zeit wird ein Gleichgewicht entstehen, das ist dann, wenn die gelieferte Wärme genau ebenso groß ist als die durch Achse und Wand weggeleitete. Eine Folge davon ist, daß die angegebenen Temperaturen nicht die wirklich in der Flüssigkeitsschicht herrschenden sind, während für das Experiment folgt, daß es nicht gestattet ist, gleich nach Ansetzung des Versuches die Ablesung zu machen. Man muß solange warten, bis man mit Sicherheit annehmen kann, daß ein Temperaturgleichgewicht sich eingestellt hat.

Welche Folgen hat nun Obenstehendes, für die Empfindlichkeit unserer Druckwage?

Hat die Umdrehungsgeschwindigkeit einmal für die Bildung einer Ölschicht zwischen Achse und Wand gesorgt, dann muß natürlich auch für den Fall einer axialen Verschiebung eine reine Flüssigkeitsreibung auftreten. Hierfür ist keine minimale Verschiebung notwendig. Die reine Flüssigkeitsreibung ist proportional der Geschwindigkeit und da die axiale Verschiebung so gering ist, im Verhältnis mit der Umdrehungsgeschwindigkeit (bei der maximalen Belastung ist die Schnelligkeit nur etwa 1 cm per 56 sec. für D 12,5) wird axial die Reibung sehr gering sein.

Hier wird die Sache aber wieder auf eine andere Weise kompliziert und zwar deswegen, weil es unmöglich ist, auf einfache Weise die eine Reibung von der andern abzuleiten. Unter dem Eindruck des starken Druckabfalls in der Spalte entsteht eine Flüssigkeitsströmung parallel der Achse. Deshalb sind auch die Berechnungen von Sommerfeld nicht anwendbar, da diese ausdrücklich axiale Strömungen ausschließen. Wir hoffen später noch darauf zurückzukommen.

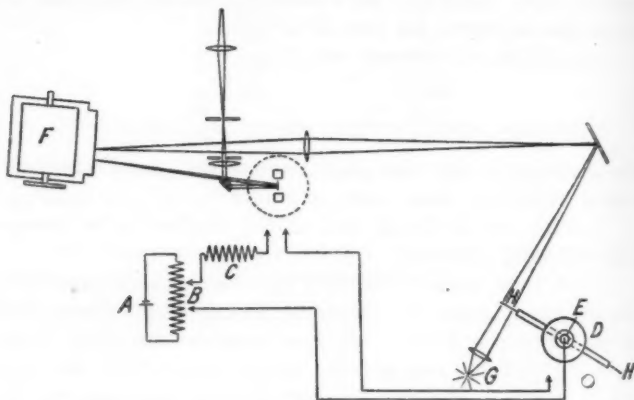


Fig. 12.

Noch auf eine andere Methode wurde versucht, einen Einblick in die Wirkung der Reibung zu erhalten. Einmal ausgehend von der Tatsache, daß oberhalb der kritischen Tourenzahl nur reine Flüssigkeitsreibung auftreten kann, mußte angenommen werden, daß dann auch ein, wenn auch sehr geringer Isolationswiderstand zwischen Kolben und Gestell bestehen muß. Dieser Widerstand darf nicht als gar zu hoch erwartet werden, da in unserem Falle die Ölschicht äußerst dünn und ihre Oberfläche sehr groß ist. Der Widerstand wird nun gemessen mit einer Apparatur, der schematisch in Fig. 12 angegeben ist. Die Figur gibt die von oben gesehene Aufstellung wieder, *A* ist ein Normalelement. Mit dem Nebenschluß *B* wird eine Spannung von $1/8000$ erreicht. Der Strom lief durch den Widerstand *C* zu dem Galvanometer, von hier zu

der Masse der Druckwage D und durch die Ölschicht zu dem in Drehung versetztem Teil E . Auf diesem war ein Quecksilberbad in einer eisernen Schale angebracht, worin ein Platinkontakt stak. Von hier kehrte der Strom nach B zurück. Die Ausschläge des Galvanometers wurden photographisch registriert, auf der Registriertrommel F . Um den Zusammenhang zwischen Tourenzahl und Widerstand finden zu können, wurde noch eine Lichtquelle G aufgestellt, von der die Strahlen auch auf das photographische Papier gebracht werden konnten. Die Strahlen werden aber bei jeder Umdrehung zweimal durch die beiden Blättchen H , die auf dem Kolben angebracht sind, unterbrochen. Die Druckwage wird nun in Drehung versetzt. War die Umdrehungszahl erreicht, dann wird die Andrehung ausgeschaltet und die Druckwage läuft langsam aus. Eben vor dem Ausschalten wird das Licht von C ein paar Sekunden aufgefangen und damit auch dieser Augenblick registriert. Nach dem Ablaufen wird in C ein Widerstand von bekannter Größe eingeschaltet. Dies wird ein paarmal wiederholt. Hiermit kann also in der Figur der Widerstand von der Ölschicht verglichen werden.

Die Figg. 13—18 geben einige Aufnahmen bei verschiedener Belastung wieder.

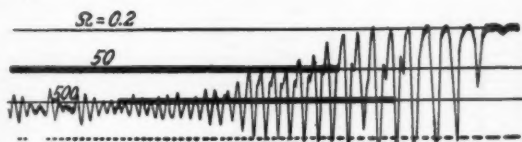


Fig. 13.

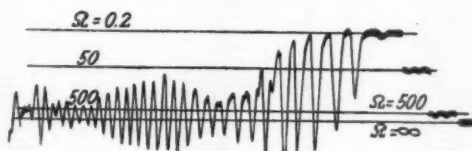


Fig. 14.

Fig. 13 für 25 kg Belastung,

Fig. 16 für 45 kg Belastung,

" 14 " 25 " "

" 17 " 75 " "

" 15 " 35 " "

" 18 " 75 " "

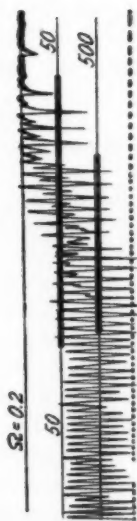


Fig. 15.

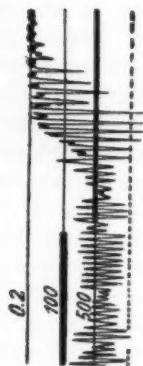


Fig. 16.

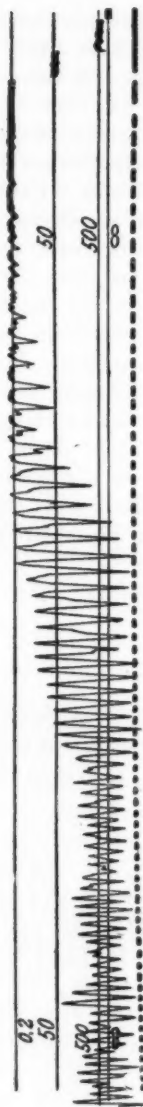


Fig. 17.

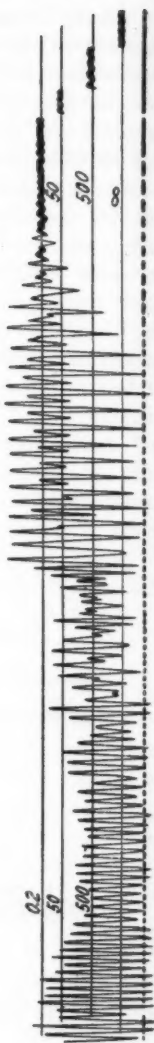


Fig. 18.

Höhere Belastungen wurden hierin nicht aufgenommen, da das Diagramm doch dasselbe Bild ergibt, aber für die Wiedergabe zu lang wird. In allen Figuren sind die Linien von bekanntem Widerstand ausgezogen, um einen leichteren Vergleich zu gestatten. Bei Stillstand war stets der Widerstand 0,2 Ohm, eingerechnet der Widerstand der Zufuhrdrähte. In allen Figuren ersieht man, daß der Widerstand anfänglich gleich groß bleibt und um einen Betrag oberhalb 500 Ohm schwankt. Bei Veränderung der Tourenzahl werden auf einmal plötzlich, wie es die Theorie verlangt, die Schwankungen viel größer, um allmählich auf direkten Metallkontakt hinzuweisen. Schon bevor der totale Stillstand erreicht ist, bleibt der Metallkontakt konstant bestehen. Die unterbrochene gerade Linie ist die Wiedergabe der Tourenzahl durch die jedesmal unterbrochenen Strahlen der Lichtquelle C.

Bei der Aufnahme der Fig. 18 war ein Vorschaltwiderstand von 250 Ohm in Verwendung und ein großes Potential eingesetzt, um $\Omega = 500$ und $\Omega = \infty$ weiter auseinander zu bekommen. Die Dämpfung von dem Galvanometer war hierbei gering. Dadurch werden die Schwankungen größer und gehen selbst über die 0-Gerade hinaus.

Bemerkenswert bei der Aufnahme ist die Regelmäßigkeit der Schwankungen, anfänglich einmal per Umdrehung, später bei geringerer Schnelligkeit zweimal. Das weist darauf hin, daß Achse und Lager oval ausgenutzt sind.

Tabellen.

Beobachtungsreihe 1.

Belastung 226,488. Temperatur 16,8. $n = 350$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	ν	t	$A \cdot 10^4$
10	10,4	27,85	110	188,4	27,26
20	21,4	27,49	120	155,0	27,09
30	33,0	27,15	130	172,0	26,99
40	44,6	27,20	140	189,6	26,94
50	56,8	27,13	150	209,4	26,14
60	69,2	27,18	160	230,8	25,69
70	81,8	27,28	170	253,6	25,65
80	95,0	27,32	180	279,6	25,26
90	108,4	27,42	183,2	297,6	24,85
100	122,6	27,45			

$A \cdot 10^4 = 27,8$. Kritische Tourenzahl 36.

Beobachtungsreihe 2.

Belastung 201,488. Temperatur 16,4. $n = 300$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	ν	t	$A \cdot 10^4$
10	10,4	32,61	110	139,2	32,81
20	21,4	32,22	120	155,6	32,88
30	32,8	32,12	130	172,4	32,95
40	44,4	32,22	140	191,0	32,91
50	56,2	32,44	150	210,6	32,91
60	68,6	32,53	155	221,0	32,90
70	81,4	32,64	160	232,4	32,80
80	95,0	32,64	165	245,2	32,65
90	109,0	32,72	169,4	264,8	31,4
100	123,8	32,75			

 $A \cdot 10^4 = 32,8$. Kritische Tourenzahl 27.

Beobachtungsreihe 3.

Belastung 176,488. Temperatur 16,4. $n = 240$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	ν	t	$A \cdot 10^4$
10	10,2	41,74	90	112,0	41,96
20	20,6	42,22	100	128,4	41,98
30	32,0	41,75	110	146,4	41,70
40	43,6	41,82	120	166,0	41,29
50	55,8	41,87	130	187,8	41,54
60	68,6	41,93	140	213,4	41,02
70	82,0	42,06	141	231,6	39,56
80	96,4	42,06			

 $A \cdot 10^4 = 41,9$. Kritische Tourenzahl 32.

Beobachtungsreihe 4.

Belastung 151,488. Temperatur 16,4. $n = 197$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	ν	t	$A \cdot 10^4$
10	10,2	51,10	80	102,4	50,88
20	21,2	50,51	90	121,0	50,34
30	32,8	50,40	100	141,8	49,94
40	44,6	50,89	105	153,6	49,57
50	56,6	51,72	110	166,6	49,05
60	70,0	51,89	115	186,6	47,48
70	85,4	51,41	115,1	191,2	45,91

 $A \cdot 10^4 = 51,2$. Kritische Tourenzahl 35.

Beobachtungsreihe 5.

Belastung 126,488. Temperatur 16,7. $n = 177$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	ν	t	$A \cdot 10^4$
10	10,4	53,71	70	89,2	56,43
20	21,2	55,16	80	107,6	55,89
30	33,0	56,28	90	127,6	55,66
40	45,4	56,42	100	151,0	55,12
50	58,4	56,84	109,8	189,0	51,24
60	72,2	56,47			

$A \cdot 10^4 = 56,5$. Kritische Tourenzahl 34.

Beobachtungsreihe 6.

Belastung 101,488. Temperatur 16,5. $n = 137$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	ν	t	$A \cdot 10^4$
10	10,5	72,75	70	99,6	71,61
20	21,6	73,04	75	111,4	71,17
30	34,0	72,70	80	124,8	70,27
40	47,8	72,24	85	142,4	68,03
50	62,6	72,54	85,7	148,4	68,50
60	79,6	72,38			

$A \cdot 10^4 = 72,5$. Kritische Tourenzahl 32.

Beobachtungsreihe 7.

Belastung 76,488. Temperatur 16,0. $n = 95$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	ν	t	$A \cdot 10^4$
8	8,2	107,3	48	65,2	107,9
16	17,2	107,3	54	78,2	107,5
24	27,0	107,8	59	90,8	106,9
32	38,2	107,5	63	102,8	105,8
40	50,6	108,0	66	117,8	100,7

$A \cdot 10^4 = 107,8$. Kritische Tourenzahl 27.

Beobachtungsreihe 8.

Belastung 51,488. Temperatur 16,0. $n = 70$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	ν	t	$A \cdot 10^4$
7	7,4	142,4	34	45,8	145,2
14	15,6	143,0	39	56,6	143,9
21	24,4	146,1	43	67,2	142,2
28	35,2	145,1	45,2	80,2	129,4

$A \cdot 10^4 = 145$. Kritische Tourenzahl 30.

Beobachtungsreihe 9.

Belastung 226,488. Temperatur 13,5. $n = 270$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	ν	t	$A \cdot 10^4$
10	10,2	37,04	100	127,4	36,31
20	21,0	36,64	110	144,0	36,33
30	32,4	36,35	120	161,8	36,33
40	44,2	36,27	130	180,6	36,37
50	56,4	36,31	140	201,4	36,39
60	69,4	36,21	150	223,6	36,27
70	82,8	36,24	160	248,0	36,20
80	97,2	36,16	170	277,8	35,75
90	111,8	36,27	173,8	297,6	34,68

 $A \cdot 10^4 = 36,30$. Kritische Tourenzahl 24.

Beobachtungsreihe 10.

Belastung 201,488. Temperatur 13,2. $n = 260$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	ν	t	$A \cdot 10^4$
10	10,2	38,44	110	143,4	38,50
20	20,8	38,47	120	161,2	38,54
30	32,0	38,30	130	180,8	38,34
40	43,6	38,31	140	202,2	38,24
50	55,8	38,28	150	225,8	38,09
60	68,4	38,36	155	238,8	37,97
70	81,4	38,34	160	252,8	37,79
80	96,0	38,30	165	269,2	37,40
90	111,0	38,28	165,2	272,2	37,06
100	126,6	38,35			

 $A \cdot 10^4 = 38,35$. Kritische Tourenzahl 28.

Beobachtungsreihe 11.

Belastung 176,488. Temperatur 12,5. $n = 174$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	ν	t	$A \cdot 10^4$
7	7,2	56,99	70	92,4	55,70
14	14,8	56,68	77	105,2	55,78
21	22,8	56,42	84	119,4	55,21
28	31,0	56,60	91	135,2	54,75
35	40,0	56,15	96	148,0	54,19
42	49,2	55,81	101	162,6	53,42
49	59,0	56,06	108	179,2	52,43
56	69,4	55,96	109,3	199,4	49,62
63	80,8	55,64			

 $A \cdot 10^4 = 55,9$. Kritische Tourenzahl 32.

Beobachtungsreihe 12.

Belastung 151,488. Temperatur 12,5. $n = 132$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	ν	t	$A \cdot 10^4$
10	10,2	77,27	67	91,2	77,68
20	21,4	76,80	74	106,8	77,00
30	33,0	78,13	80	122,0	75,74
40	46,4	77,81	85	137,0	74,83
50	61,0	78,05	89	152,0	73,21
59	76,2	77,73	90,3	169,8	67,96

$A \cdot 10^4 = 77,8$. Kritische Tourenzahl 27.

Beobachtungsreihe 13.

Belastung 126,488. Temperatur 12,5. $n = 115$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	ν	t	$A \cdot 10^4$
8	8,6	83,88	62	89,2	86,72
19	21,0	85,99	67	101,2	86,33
28	32,4	86,11	70	109,2	85,92
37	44,6	87,6	73	117,8	85,51
44	55,2	87,86	76	127,6	84,75
51	67,0	87,47	79,3	143,8	79,20
56	76,6	87,13			

$A \cdot 10^4 = 87,2$. Kritische Tourenzahl 28.

Beobachtungsreihe 14.

Belastung 101,488. Temperatur 12,5. $n = 108$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	ν	t	$A \cdot 10^4$
7	7,2	89,87	55	76,6	92,93
14	15,0	93,06	60	87,6	92,57
22	24,4	93,35	64	97,4	92,19
28	32,4	92,62	67	105,8	91,55
35	42,2	92,82	70	114,8	90,99
40	50,0	92,52	73	125,4	89,85
45	58,0	92,93	75,3	137,6	86,83
50	66,8	93,07			

$A \cdot 10^4 = 92,9$. Kritische Tourenzahl 28.

Beobachtungsreihe 15.

Belastung 76,488. Temperatur 12,5. $n = 82$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	ν	t	$A \cdot 10^4$
6	6,2	122,4	42	59,2	121,3
13	14,2	121,5	46	68,4	120,4
20	23,0	121,6	50	78,8	119,7
26	31,4	121,4	53	87,8	118,4
32	40,6	121,8	56	99,0	116,0
37	49,6	121,0	55,7	109,2	111,4

 $A \cdot 10^4 = 121,5$. Kritische Tourenzahl 29.

Beobachtungsreihe 16.

Belastung 51,488. Temperatur 12,5. $n = 60$.

ν	t	$A \cdot 10^4$	ν	t	$A \cdot 10^4$
6	6,4	164,4	31	45,6	159,4
13	15,2	160,7	35	57,0	153,6
20	25,0	162,2	36,1	62,2	148,0
25	33,4	161,4			

 $A \cdot 10^4 = 162$. Kritische Tourenzahl 32.

Für Belastungen unter 50 g waren nicht hinreichend genaue Beobachtungen möglich, um aus diesen Schlüsse ziehen zu können.

(Eingegangen 14. April 1923.)

**4. Berichtigung zu der Abhandlung
„Elektromagnetische Theorie der Beugung“;
von Friedrich Kottler.¹⁾**

S. 458, Z. 16 v. o. nach „Beugung“ schalte ein: „als“.

„ 461, „ 11 v. u. statt „bedeckt“ lies: „bedenkt“.

„ 486, „ 4 v. u. „ e^{-ikr_P/v_P} „ e^{-ikr_P/r_P} .

„ 487, „ 3 v. u. lies: „eines einzigen Lichtpunkts“.

„ 493, Fußnote, lies: $R_L^2 + R_Q^2 + 2(\Re_L \Re_Q)$.„ 496, Z. 1 v. u. lies: e^{+iket} .„ 497, „ 3 v. o. streiche $\cos\left(\nu t - k\varphi - \frac{\pi}{4}\right)$ in der Formel für Φ_e .„ 502, „ 5 v. u. „ \cos in der Formel für Φ_e .

1) F. Kottler, Ann. d. Phys. 71. S. 457. 1923.

(Eingegangen 1. Juli 1923.)

0⁴

,3
,4
,7
,4
,0
,4

0⁴

,4
,6
,0

l ge-
siehen

6;

ür 5₄